

5 季節予報に関わる現象のメカニズムを理解するための力学的な基礎知識¹

本章では、第2章で説明した季節予報に関わる現象のメカニズムを理解するために必要な基礎知識を解説する。特に、季節予報に用いる北半球天気図や熱帯域の天気図類を力学的に解釈する能力をより高めることを狙い、第5.1節では中・高緯度の現象、第5.2節では熱帯の現象、そして第5.3節では熱帯の現象と中・高緯度の現象の関係についての力学的な知識を解説した。いくつか数式が出てくるが、なるべく式が持つ物理的な意味、あるいは式と天気図との関係を説明するよう心がけた。数式に興味のない人は詳細にこだわらず、その意味するところの概要を理解していただければよい。

本章では、栗原(1979)、松野(1981)、Held(1983)、岸保と佐藤(1986)、James(1994)の教科書を主に参考にしつつ、力学的な知識を出来るだけ季節予報と関連付けるよう記述した。説明した個々の内容について詳しく勉強したい方は、これらの教科書を読んで頂きたい。

5.1 準地衡風近似による北半球中・高緯度大気の大規模な現象の理解

季節予報作業において主要な資料として利用している北半球の平均天気図を力学的に解釈する上で欠かせない知識が、準地衡風近似に基づく中・高緯度の大規模な大気の運動に関する知識である。ここでは、準地衡風近似の概要と、それをを用いた中・高緯度の大規模な大気の運動の力学について、特に季節予報にとって重要なロスビー波の特性を中心に解説する。準地衡風近似に関係する最も重要な理論のひとつは、日々の天気を支配する移動性の高・低気圧の発達に関わる傾圧不安定論であるが、直接的には季節予報の対象ではないのでここでは紹介しない。また、季節予報にとって重要な現象のひとつであるブロッキング現象についての説明も省略したが、それについては木本(1993)に優れたレビューがあるので参照されたい。

5.1.1 準地衡風近似

様々な時空間スケールの現象を扱う気象学では、調べたい現象のスケールに合わせたスケールアナリシスに基づき運動方程式などの基礎方程式を近似し、それにより理論的な考察を行うことが多い。準地衡風近似もそのひとつで、中緯度における総観規模現象以上の大規模な大気の運動を理解するためによく用いられる。導出の詳細については気象力学の教科書(例えば、栗原(1979)など)を参照して頂きたいが、この近似の要点は、「地球の回転の影響が大きい中・高緯度の大規模な運動は、コリオリ力と気圧傾度力が10%程度の違いでほぼ釣り合いつつ、その釣り合いからの小さなずれの影響で変化する」という特徴を考慮しつつ、地衡風からのずれ(非地衡風)による地衡風の変化を表す方程式系を導くことである。少し長くなるが、季節予報に関わる大規模な現象の捉え方の参考になるので、この準地衡風近似の導出について、栗原(1979)を参考にしつつ以下に説明する。すでに知っているという方は本項を読み飛ばされたい。

スケールアナリシスに基づく近似の過程は以下のとおりである。

スケールアナリシスを行う現象を明確にする。

時間、空間、風速、気圧などの変量について、着目している現象に特有な代表的スケールを決める。

これは実際の観測値の分析や理論的な考察に基づく。

特有なスケール(それらの組み合わせ)を尺度として方程式の各項を表し、元の方程式を無次元化した変数間の関係式に書き換える。

無次元化した変数(1の位(オーダー)となっている)をオーダー0.1の適当なパラメーターを使って展開し、方程式をオーダーごとに整理する。

¹ 前田 修平

この手続きに沿った、水平は局所直交座標(x, y)、鉛直は気圧座標での準地衡風近似の導き方の概要を示す。まず、スケールアナリシスを行う現象(の過程)としては、中緯度の総観規模現象以上の大規模な現象に絞る。このスケールの現象における特有なスケール(の過程)は、

U	水平風のスケール	~10 m/s
L	現象の水平スケール	~10 ⁶ m(=1,000km)
P	気圧	~10 ³ hPa
f ₀	コリオリ因子	~10 ⁻⁴ s ⁻¹

などである。時間のスケールTは、移流の時間スケールでT=L/U~10⁵s(~1日)とする。鉛直風のスケールWは、連続の式からW/P=U/Lで、W=UP/L~10⁻²hPa/s(~10⁻¹m/s)である。

これらの特有なスケールにより、運動方程式、熱力学方程式、連続の式の中の変数を無次元化する(の過程)ここでは、東西方向の運動方程式を例にこの過程を示す。摩擦のない場合の東西方向の運動方程式は、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \omega \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p} - f\mathbf{v} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5.1.1)$$

(加速度項) (移流項) (コリオリ項) (気圧傾度項)

で与えられる。ここで、u:東西風、v:南北風、ω:鉛直p速度、f:コリオリ因子、φ:ジオポテンシャル(高度×重力加速度)である。ここで、u=u'U、v=v'U、x=x'L、y=y'L、t=Tt'=L/U t'、ω=ω'W=ω'UP/L、p=p'Pと変数を無次元化すると、加速度項と移流項は、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{U^2}{L} \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t'}, \quad \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \frac{U^2}{L} \mathbf{u}' \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial x'}, \quad \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} = \frac{U^2}{L} \mathbf{v}' \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial y'}, \quad \omega \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p} = \frac{U^2}{L} \omega' \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial p'} \quad (5.1.2)$$

と無次元化できる。コリオリ因子fについては、適当な緯度におけるコリオリ因子f₀とコリオリ因子の南北変化に伴う微小量βy(ここでβ=∂f₀/∂y)に分けて、

$$f = f_0 + \beta y \quad (5.1.3)$$

とする。ここで、β~10⁻¹¹m⁻¹s⁻¹、y~L~10⁶mなのでβy~10⁻⁵s⁻¹であり、f₀~10⁻⁴s⁻¹より1桁小さい。βはロスビー因子と呼ばれている。このようにコリオリ項の緯度依存性をロスビー因子βで表すことが、準地衡風近似のポイントのひとつである。これによりコリオリ項を、

$$f\mathbf{v} = f_0 U \left(1 + \frac{\beta}{f_0} Ly' \right) \mathbf{v}' \quad (5.1.4)$$

と無次元化する。この近似では、成層状態(ジオポテンシャル、気温など)は、水平方向や時間方向には一定で高さにのみ依存する運動のない場(静止場)と水平・鉛直方向や時間方向に変動する運動場に分けられ、運動場による変化は小さいと仮定する。この仮定に基づきジオポテンシャルを静止場Φ(p)と運動場Φ*に分割してΦ=Φ(p)+Φ*とおき、その上で運動場Φ*のみを以下のとおりf₀ULで無次元化する。

$$\phi = \Phi(p) + f_0 UL \phi' \quad (5.1.5)$$

ここでf₀ULを無次元化の尺度とするのは、運動方程式で気圧傾度力とコリオリ力がほぼ釣り合うことを考慮したためである。これにより、運動方程式の気圧傾度力の項は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = f_0 U \frac{\partial \phi'}{\partial x'} \quad (5.1.6)$$

となる。式(5.1.2)~式(5.1.6)を式(5.1.1)に代入し、コリオリ項の尺度f₀Uで割ると、無次元化された東西方向の運動方程式は、

$$\frac{U}{f_0 L} \left(\frac{\partial}{\partial t'} \mathbf{u}' + \mathbf{u}' \frac{\partial}{\partial x'} \mathbf{u}' + \mathbf{v}' \frac{\partial}{\partial y'} \mathbf{u}' + \omega' \frac{\partial}{\partial p'} \mathbf{u}' \right) - \left(1 + \frac{\beta}{f_0} L y' \right) \mathbf{v}' = - \frac{\partial}{\partial x'} \phi' \quad (5.1.7)$$

となる。

次に、 の過程である微小なパラメーターによる方程式の展開を行う。展開に用いるパラメーターとしては、ロスビー数と呼ばれる運動方程式における加速度項のコリオリ項に対する比： $R_0 = \frac{U^2}{L} / f_0 U = U / f_0 L \sim 10^{-1}$ 、を用いる。ロスビー数は惑星渦度に対する相対渦度の比でもある。このようにロスビー数は物理的な意味が明確であるし、式(5.1.7)の加速度項と移流項の係数としても使われているため、展開のためのパラメーターとしても適している。無次元化した変数 \mathbf{u}' などをこのロスビー数で以下のとおり、

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u}_0 + R_0 \mathbf{u}_1 + R_0^2 \mathbf{u}_2 + \dots$$

と展開し、無次元化した変数間の方程式に変換した運動方程式と熱力学方程式に代入し、ロスビー数 R_0 で整理する。

R_0 の0次式は、東西方向の運動方程式では式(5.1.7)から分かるとおり、

$$v_0 = \frac{\partial}{\partial x'} \phi_0$$

となる。南北方向の運動方程式も同様に、

$$u_0 = - \frac{\partial}{\partial y'} \phi_0$$

となり、これらは時間的に変化しない地衡風の関係を示す。また、連続の式とこの地衡風の関係より、

$$\frac{\partial}{\partial x'} u_0 + \frac{\partial}{\partial y'} v_0 = \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} (\phi_0 - \phi_0) = 0 = - \frac{\partial}{\partial p'} \omega_0$$

となる。 $p' = 0$ で $\omega_0 = 0$ とおけるので、どの気圧でも $\omega_0 = 0$ 、すなわち0次式では鉛直流は0である。また、この近似レベルでは熱力学方程式は考えなくていい。

次に、 R_0 の1次式を考える。これが準地衡風近似の式であり、この近似での渦度方程式、熱力学方程式と連続の式は、それぞれ以下のとおりである（渦度方程式は、運動方程式の回転をとって求める）。鉛直には気圧座標（ p 座標）をとっている。次元は戻してある。また、摩擦と非断熱加熱は0としている。

$$\frac{\partial}{\partial t} \zeta_g + \mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f_0 + \beta y) = - f_0 \left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} \right) \quad (5.1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = - S \omega_a \quad (5.1.9)$$

$$\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega_a}{\partial p} = 0 \quad (5.1.10)$$

ここで、 ζ_g は地衡風に伴う渦度（ $\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi$ ）、 \mathbf{v}_g は地衡風（ $\mathbf{u}_g = - \frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial y}$, $\mathbf{v}_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ ）のベクトル表示、 u_a と v_a はそれぞれ非地衡風成分の東西風と南北風、 ω_a は鉛直 p 速度、 ϕ はジオポテンシャルの静止場 $\Phi(p)$ からの偏差である。 $S = -\bar{\alpha} \frac{d \ln \bar{\theta}}{d p}$ は静止場の静的安定度（ $\bar{\alpha}$ と $\bar{\theta}$ は静止場の比容と温位）で、鉛直座標 p の関数ではあるが時間・場所によっては変わらない。ここで添字 g のつく地衡風成分と ϕ は R_0 の0次の項、添字 a のつく非地衡風成分は R_0 の1次の項（すなわち微小量）に対応する。渦度方程式が突然出てきた理由は、ロスビー数 R_0 が小さい中・高緯度の総観規模以上の大規模な現象の運動は、地球の自転の影響が強いために回転成分が

支配的であり、そのため渦度方程式を用いて議論することが適当ということである。

渦度方程式(5.1.8)は、右辺の非地衡風成分に伴うわずかな水平収束（発散）により渦管が伸びる（縮む）ことにより、地衡風に伴う渦度が増加（減少）することを表している。このように準地衡風近似では、渦度やそれを移流する風は地衡風で近似しておきながら、その変化は近似度を高めた非地衡風の水平発散から求める。少し理解しにくいのが、同じ程度の大きさの項を選択するというスケールアナリシスの見地からは、「状態は地衡風で表わされ、状態の変化は弱い非地衡風が支配する」という近似が許されるのである。熱力学方程式(5.1.9)も同様に、非地衡風成分のわずかな上昇・下降流により層厚 $\frac{\partial \phi}{\partial p}$ （層間の平均気温）が変化することを表している。

5.1.2 準地衡風渦位

式(5.1.8)～式(5.1.10)を適当に変形して非地衡風成分である ω_a を消去することで、以下のとおり、準地衡風近似の渦位方程式が得られる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla\right) \left\{ \zeta_g + f_0 + \beta y + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right\} = 0 \quad (5.1.11)$$

ここで、左辺の中カッコの中；

$$\mathbf{q} = \zeta_g + f_0 + \beta y + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f_0 + \beta y + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{s} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (5.1.12)$$

は準地衡風渦位と呼ばれ、準地衡風近似を用いた理論的な研究の中核を担う基本的な量である²。

式(5.1.11)の意味するところは、準地衡風近似の範囲内では、摩擦と加熱がなければ、準地衡風渦位は地衡風に乗って動く粒子について保存する、ということである。言い換えれば準地衡風渦位の局所的な変化は、渦管の伸縮とは関係なく、地衡風による移流にのみもたらされる、ということである。ところで、第 5.1.1 項の始めに「非地衡風成分による地衡風の変化を表すのが準地衡風近似の要点」と述べたが、ここまで来て非地衡風成分が消えてしまった。不思議な気がするが、式(5.1.8)の非地衡風成分の鉛直流に伴う収束・発散による渦管の伸縮の項を、式(5.1.9)の非地衡風成分の上昇・下降流に伴う気温の変化による層厚の変化の項に置き換えたものと考えれば不思議ではない。準地衡風近似の渦位方程式は、運動方程式と熱力学方程式を、上昇・下降流と収束・発散の関係を示す連続の式を使って連結したものである。なお、渦位保存則は、準地衡風近似でなくても成り立つ、気象力学における基本的な保存則であることを注意したい。

ここで「渦位」とは、潜在的（ポテンシャル）な渦度ということでそのような名前が付けられている。式(5.1.12)の第 1 項の相対渦度、第 2 と第 3 項の惑星渦度（第 1 項～第 3 項を合わせて絶対渦度と呼ぶ）に、第 4 項の渦管の伸縮（ストレッチング）の効果を加えた量である。ストレッチング渦度と呼ばれるこの第 4 項は、層厚（比容）の気圧による微分で、（運動場の）安定度に関わる量である。この第 4 項があることから「渦位」と呼ばれる。渦位が保存しつつストレッチング渦度が相対渦度に変わる過程の例としては、対流圏中層に上昇流の中心があると、それに伴う中層の断熱降温で下層が不安定化（層厚が小さくなり）してストレッチング渦度が減り、その分、相対渦度が強まることあげられる。なお、渦位については、等温位面上で定義された渦位（Ertel の渦位）の方が物理的にずっとわかりやすいし、それは非断熱加熱や摩擦がない場合に保存することが何の近似もせず導かれる、流体の運動にとっての基本的な保存量でもある。二階堂

² 準地衡風渦位方程式まで理解しておく、季節予報に関係する大規模な現象に関する多くの力学的な論文や解説を読みやすくなる。例えば、本章では説明しないブロッキング現象についての木本(1993)のレビューは、同方程式に関する理解を前提として書かれている。そのため、本書では少しくどいほど説明した。

(1986a; b)の優れた解説があるので、興味のある方は参照されたい。

さて、準地衡風渦位 q には3つのパラメーター f_0 、 β 、 S が含まれている。それぞれ、地球の回転の影響を表すパラメーター(コリオリ因子)、地球の回転の影響の緯度による違いを表すパラメーター(ロスビー因子)、静止場の静的安定度に関わるパラメーターである。頭の整理のため、渦位の振る舞いのこれらのパラメーター依存性について少し議論しておく。式(5.1.12)の第4項から、 $\frac{f_0}{S}$ が大きい大気では、ジオポテンシャルの鉛直微分を含むストレッチング渦度の渦位 q への寄与が相対的に大きく、 q の鉛直間の関係が強いことが分かる。コリオリ因子が大きい(地球の回転が速いとか、緯度が北とか)ほど q の鉛直間の関係が強いし、成層が安定なほど鉛直間の関係が弱い、ということである。前者は、式(5.1.8)の渦度方程式で鉛直流に伴う収束・発散による渦への影響がコリオリ因子に比例していることから分かるであろう。極端な例え話をあげれば、そもそもフィギュアスケーターがスピンを始めていなければ(回転していなければ)腕を縮めても回りださない。後者は、式(5.1.9)の熱力学の方程式のとおり S が大きい(安定度が大きい)ほど弱い上昇流・下降流で熱的にバランスできることから理解できるであろう。地球の回転の影響の緯度による違い(β 効果)を表すパラメーターである β 因子は、式(5.1.11)を少し変形すると β の関係する項が $v_g\beta = \frac{1}{f_0} \frac{\partial\phi}{\partial x} \beta$ のみとなることから分かる通り、渦位方程式を東西と南北に非等方的なものとしている。後述するが、ロスビー波の位相速度が西向きというように「東西の向き」が選択的に選ばれるのは、この項による渦位方程式の非等方性のためである。もし地球が回転する球ではなくて、回転水槽実験のように回転する円盤だったら、コリオリ因子は一定でロスビー因子 $\beta = 0$ なのでこの非等方性はない。また、渦位方程式においては β は $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ の係数なので、渦位の東西方向の関係を強める方向に働く。 β が小さい高緯度では大きな低緯度よりこの効果は小さく、東西に伝播するロスビー波も存在しにくく、極渦などの孤立渦がしやすい。

なお、式(5.1.12)から分かるように渦位 q はジオポテンシャルの1変数だけで表せるし、もちろん地衡風もジオポテンシャルだけで表せるので、式(5.1.11)から q の変化もジオポテンシャルだけで表される。これが、我々が季節予報で主に使う北半球天気図が、ジオポテンシャル高度 z (=ジオポテンシャル/重力加速度) の空間分布図であることの本来的理由である。もちろん、保存量である q の天気図を使う方がより直接的ではあるが、 q はジオポテンシャルの2階微分となっているので、空間構造が細かく使い難い。また、主に500hPa面を使うのは、対流圏の中層で発散・収束が弱い面であり、式(5.1.8)の渦度方程式から、絶対渦度の保存が成り立つと考えても大きな間違いはないからである。

5.1.3 上昇・下降流による地衡風の変化

この先、準地衡風近似の渦位方程式(5.1.11)に基づいて説明していくため、準地衡風近似において重要な働きを担っており、また、曇りや雨の日が多いといった季節予報の天候表現を考える上でも当然重要な上昇・下降流 ω は顕わには登場しない。そこで、渦位方程式に基づいた説明に入る前に、準地衡風近似における ω の役割や ω と地衡風との関係について、 ω 方程式(オメガ方程式)に基づいて簡単に説明しておく。

式(5.1.8)~式(5.1.10)を適当に変形して、今度は時間変化項を落とすことにより、 ω に関する診断方程式である、以下の準地衡風近似の ω 方程式が得られる；

$$\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{S} \frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega = \frac{f_0}{S} \frac{\partial}{\partial p} \{ \mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f_0 + \beta y) \} + \frac{1}{S} \nabla^2 \{ \mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial\phi}{\partial p} \right) \} \quad (5.1.13)$$

左辺は、 ω として水平方向には三角関数の形を仮定し、また、鉛直方向にも中層にピークを持つ三角関数の

形を仮定すれば $(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{S} \frac{\partial^2}{\partial p^2})\omega \propto -\omega$ と置ける。左辺が正の時、上昇流である。右辺の第 1 項は渦度移流の鉛直差、第 2 項は温度移流に関わる項である。

まず、第 1 項の渦度移流の鉛直差の項と上昇流との関係について考える。上層に正の渦度、下層に負の渦度が流れてきたとする。この場合この項は正である。ここで風と気圧場に地衡風の関係が成り立つためには、層厚を減らして、上層に低気圧性、下層に高気圧性の気圧場を作ればよい。そのためには中層に上昇流を与えて中層の気温を下げればよい。一方、上昇流は上層の発散と下層の収束を伴うので、上層の正の渦度を弱め、下層の負の渦度も弱める。このようにして適当な上昇流があると、上下各層に地衡風渦度が作られる。気圧の谷が高さとともに西に傾いている場合や、気圧の谷は鉛直に立っていても上空の方が渦を流す地衡風が強い場合の谷の前面の上昇流がこの過程に当たる。

次に、第 2 項の温度移流と上昇流との関係について考える。この項は ω と同じように、 $\frac{1}{S}\nabla^2\{\mathbf{v}_g \cdot \nabla(-\frac{\partial\phi}{\partial p})\} \propto \mathbf{v}_g \cdot \nabla(\frac{\partial\phi}{\partial p})$ と考えられ、正は地衡風による暖気移流と対応する。ここで中層に暖気移流があったとする。暖気移流によって層厚が大きくなり、上層に高気圧性、下層に低気圧性の気圧場が出来る。風と気圧場に地衡風の関係が成り立つためには、中層に上昇流を与えて下層収束で下層の正の渦度を強め、上層発散で上層の負の渦度を強めればよい。一方、上昇流は中層の気温を下げるので暖気移流による昇温を抑え、適当な上昇流のもとに地衡風の実現する。

両者とも、「上下層ともに地衡風の実現が成り立つためにはどんな ω でなければいけないか」ということである。考えてみれば当然のことだが、 ω は上層と下層をつなぐ役割を果たす。また、季節予報ではよく「500hPa 天気図が西谷なので曇天ベース」というが、これは、上層の正の渦度移流が強いことによる中層の上昇流と、南西風による暖気移流による中層の上昇流に対応して雲が多い、ということである。なお、梅雨前線に沿った上昇流は、より暖かいアジア大陸からの西風による暖気移流に関連していることが示されている (Sampe and Xie 2010)。また、ここでは非断熱加熱は考慮していないが、上昇に伴う水蒸気の凝結による加熱があった場合には、それとバランスし温度を下げるようにさらに上昇流が強まる、といった過程が働くこともある。

5.1.4 対数気圧 (logP) 座標での準地衡風渦位方程式

ここまで使ってきた鉛直の気圧座標は、季節予報現業で利用している天気図と同じ座標で慣れており、また、基本方程式が単純になるメリットがある一方、鉛直座標が実際の高さとは違い、下向きに正であることなど、直観的なイメージが掴みにくい。そこで、気圧座標のメリットを残しつつ以下のとおり対数気圧 (logP) 座標に変換する；

$$z = -H_0 \ln\left(\frac{p}{p_s}\right)$$

ここで p_s を地表気圧の標準値 (=1,000hPa)、 H_0 を大気の代表的スケールハイト ($H_0 = RT_s/g$ 、 R : 乾燥空気の気体定数、 T_s : 大気の代表的温度。 $T_s = 255K$ の等温大気では H_0 は約 7.5km) にとれば z は気圧が p になる実際の高さとほとんど同じになる。例えば、500hPa の $z \sim 5\text{km}$ 、100hPa の $z \sim 17\text{km}$ 、である。とは言え本質的には p 座標と変わらないので、「高さ 5km におけるジオポテンシャル高度 5,400m」といった不思議な感じの表現となってしまうが、それは慣れるしかない。さて、この logP 座標では式(5.1.12)の準地衡風渦位は、

$$\mathbf{q} = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f_0 + \beta y + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0 p}{N^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (5.1.14)$$

と表現される。ここで $N^2 = \frac{R}{H_0} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \kappa \frac{\bar{T}}{H_0} \right) \sim g \frac{\partial \ln \bar{\theta}}{\partial z}$ はブラントバイサラ振動数 N の 2 乗で、 T : 静止場の温度、

$\kappa = \frac{R}{C_p}$ 、 C_p : 乾燥空気の定圧比熱、 R : 乾燥空気の気体定数である。 N の大きさは $\sim 10^{-2} \text{s}^{-1}$ である。地衡風

の流線関数 ; $\psi = \frac{1}{f_0} \phi$ を導入すると式(5.1.14)は、

$$\mathbf{q} = \nabla^2 \psi + f_0 + \beta y + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0^2 p}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (5.1.15)$$

となる。また、 N が z によらないと仮定すると式(5.1.15)は、

$$\mathbf{q} = \nabla^2 \psi + f_0 + \beta y + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (5.1.16)$$

となる。 N は対流圏より成層圏の方が大きい、大きさは対流圏では 10^{-2}s^{-1} 、成層圏では $2 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$ 程度なので、高度によらないというこの仮定は的外れではない。このように静的安定度のパラメーターが高度によって大きく変わらないことも $\log P$ 座標系のメリットである。

なお、式(5.1.16)の右辺第 5 項は、

$$-\frac{f_0^2}{N^2} \frac{1}{H_0} \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{f_0}{N^2} \frac{1}{H_0^2} RT \propto -T$$

と、温度に比例することに注意したい。 $\log P$ 座標の準地衡風近似では、(運動場の)温度が低い方が渦位が大きいことを示している。この項は、後述するとおりロスビー波の伝播に影響を与える。なお、後ほどの参考のために $\frac{\partial \psi}{\partial z}$ と温位 θ との関係を書いておくと、 $\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{R p^\kappa}{f_0 H_0} \theta$ である。

式(5.1.11)と式(5.1.16)から、 N が一定と仮定した場合の $\log P$ 座標系の準地衡渦位方程式は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \right) [\nabla^2 \psi + f_0 + \beta y + \frac{f_0^2}{N^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}] = 0 \quad (5.1.17)$$

と書ける。以後しばらくはこの式に基づき、ロスビー波の伝播等について説明する。

5.1.5 ロスビー波の分散関係

流れに何らかの変化があった場合に、渦位が保存するようおきる運動がロスビー波である。ここでは、 $\log P$ 座標系の準地衡渦位方程式(5.1.17)から導出される分散関係式(振動数と波数の関係式)を使って、ロスビー波の伝播の特性について説明する。ロスビー波は、ロスビー数が大きくて準地衡風近似の枠組みでは議論できない赤道域にも、また、海洋にも存在する波でもあるが、ここでは中・高緯度における大気ロスビー波、特に位相速度の遅いロスビー波の特性について述べることにする。

まず、地衡風の流線関数 ψ を、南北と鉛直方向に構造を持ち東西方向には一様で時間的に変化しない基本場 $\bar{\psi}(y, z)$ と微小擾乱 $\psi'(x, y, z, t)$ に分け、準地衡渦位方程式(5.1.17)を線形化する。東西方向に一様な西風 $\bar{U}(y, z)$

($= -\frac{\partial}{\partial y} \bar{\psi}(y, z)$) の基本場のもとでの微小擾乱の振る舞いを調べよう、ということである。すると式(5.1.17)

は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right) \left\{ \nabla^2 \psi' + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi' - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \left[\beta - \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right\} \bar{U} \right] = 0 \quad (5.1.18)$$

となる。この式を基本場の渦位；

$$\bar{q} = \nabla^2 \bar{\psi} + f_0 + \beta y + \frac{f_0^2}{N^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right) - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right\}$$

と擾乱の渦位；

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{f_0^2}{N^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi'}{\partial z} \right) - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right\}$$

で書いておくと、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right) q' + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = 0 \quad (5.1.19)$$

となる。式(5.1.19)の左辺第2項と式(5.1.18)の左辺第2項を見ると、基本場 \bar{U} が y 、 z 方向に構造を持つこと
によって、ロスビー因子 β が β も含む基本場の渦位の南北傾度 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ に置き換わる、ということが分かる。この

ように、基本場の渦位の南北傾度 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ が実質的に β と同じ役割を果たすことから、これを \bar{U} の東西鉛直の構造の
影響を受けた実質的な β ということで実効 $\beta(=\beta^*)$ と呼ぶこともある。

これから式(5.1.18)に基づいてロスビー波の伝播について議論する。なお以後の議論では、基本場を示す $\bar{\quad}$
と擾乱を示す $'$ は略す。まず、簡単のために \bar{U} が z にも y にもよらない一様な西風と仮定する。すなわち、 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta$
の場合である。ここで擾乱の流線関数 ψ を、

$$\psi = \psi_0 \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\} \quad (5.1.20)$$

と、東西波数 k 、南北波数 k 、鉛直波数 m 、角振動数 σ (以後、振動数と呼ぶ)の平面波の形に仮定して式(5.1.18)
に代入すると、この波の分散関係式(振動数と波数との関係式)

$$\sigma = kU - \frac{k\beta}{k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H_0^2} \right)} \quad (5.1.21)$$

が得られる。これがロスビー波の伝播の特性を決める分散関係式である。準地衡風近似の世界では、波は β

(\bar{U} が一様でない場合には β^*)を復元力とするロスビー波しか存在しえない。なお、波の振幅の係数 $\exp\left(\frac{z}{2H_0}\right)$
は等温大気の密度が高度とともに $\exp\left(\frac{-z}{H_0}\right)$ で減ることを考慮している。すなわち、波の振幅は高度とともに
 $\exp\left(\frac{z}{2H_0}\right)$ で急激に増えるが、振幅の2乗に密度をかけた波のエネルギーはあまり変わらないということであ
る。

この波の東西方向の位相速度 c_x は、式(5.1.21)で振動数 σ を東西波数 k で割って、

$$c_x = U - \frac{\beta}{k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H_0^2} \right)} \quad (5.1.22)$$

で与えられる。右辺第2項は正(β は正)なので、ロスビー波の位相速度は基本場の風 U に比べて西向きで
ある。また、第2項の分母に波数があることから分かるとおり、波数の小さい、すなわち波長の長い波の方

が西向きの位相速度が速い。このように位相速度が波数に依存するので、色々な波数の波が重ね合わさっている場合には、それらが時間とともに分散する。これらの、

- ・基本場の流れ U に比べて西向きの位相速度を持つこと
- ・波長の長い波の方が西向きの位相速度が大きい分散性の波であること

はロスビー波の重要な特徴である。

前者については、第 5.1.1 図のようにはじめに東西に並んだ高気圧と低気圧の列を考えることによって以下のとおり理解できる。

北半球では高気圧（低気圧）の西側では南風（北風）が吹く。

南風（北風）で小さな（大きな）惑星渦度が移流される（ β 効果）ため、相対渦度が小さく（大きく）なり、すなわち高気圧性（低気圧性）の回転が生じる。

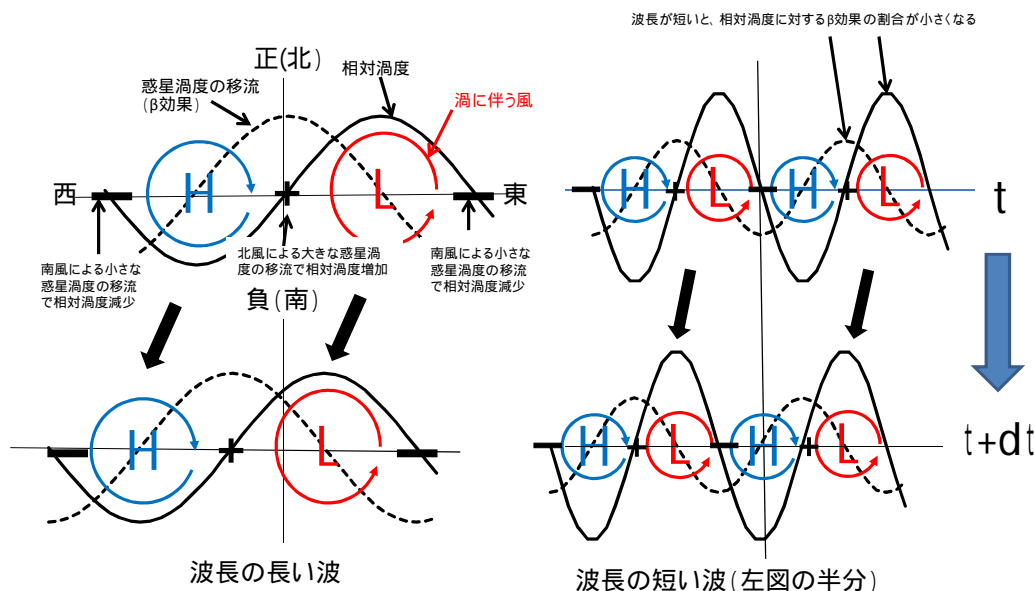
その結果、高気圧と低気圧の列は西に進む。

基本場の流れ U がある場合には、高気圧と低気圧は U で流されつつ、 U に比べ西に進む。

後者、すなわち長い波の方が西向きの位相速度が大きいこと理由は、図に示したように の過程がより長い距離を置いて働くことと、波長の長い波の方が β 効果がより「効果的」に働くためである。両者の効果の掛け算で、西向きの位相速度は波長の 2 乗に比例する（ただし、 $l=m=0$ で H_0 が無限大の場合）。

さて、季節予報や異常気象の解析では、ほぼ止まっているような位相速度の遅い波を対象とする。式(5.1.22)で言えば、 $c_x \approx 0$ の波、すなわち第 2 項が第 1 項と同程度の大きさの波である。ここで、中緯度でよく観測される水平の波長 8,000km 程度の波を考えて、式(5.1.22)の第 2 項の大きさを見積もろう。緯度は $45^\circ N$ とする。

この緯度では、 $\beta \sim 1.6 \times 10^{-11} s^{-1}$ 、 $(k^2 + l^2) \sim \frac{4}{(8 \times 10^6)^2} \sim 6 \times 10^{-13} m^{-2}$ 、 $\frac{f_0^2}{N^2} \frac{1}{4H_0^2} \sim \frac{10^{-4}}{4 \times (7.5 \times 10^3)^2} \sim 4 \times 10^{-13} m^{-2}$ 程度の大きさである。ここで、鉛直波数 m について、対流圏で位相が反転する、すなわち地上から圏界面まで半波長分程度となる波（波長 20km とする）を考えると、 $\frac{f_0^2}{N^2} m^2 \sim 10^{-4} \times \frac{4\pi^2}{(2 \times 10^4)^2} \sim 10^{-11} m^{-2}$ となる。これらを合



第 5.1.1 図 ロスビー波の西進を説明する模式図

ロスビー波は β 効果で西進する。波長の長い波の方が β 効果が「効果的」(相対渦度を変化させやすい)なので、西進速度が速い。詳細は本文参照のこと。

わせると第2項は、 $\frac{\beta}{k^2+l^2+\frac{f_0^2}{N^2}(m^2+\frac{1}{4H_0^2})} \sim \frac{1.6 \times 10^{-11}}{6 \times 10^{-13}+10^{-11}+4 \times 10^{-13}} \text{ms}^{-1} \sim 10^0 \text{ms}^{-1}$ となり、第1項の $U \sim 10^1 \text{ms}^{-1}$ よりも

1桁小さくなってしまふ。すなわち、基本場の風で流されてしまい止まれない。対流圏の上下層で位相が反転するような傾圧構造をし、かつ、ほぼ定常なロスビー波が中・高緯度において観測されないのはこれが理由である。

5.1.6 定常ロスビー波の鉛直構造

ヒマラヤ山脈のような大規模な山岳に西風が当たるとロスビー波が発生し、水平・鉛直方向に伝播する。西風が山を昇る時の上昇流で渦管が縮み、ストレッチング渦度が減少することに対応して、渦位が保存するように運動が発生するが、それもロスビー波である。今、山岳に西風が当たり続けて、十分時間がたって(摩擦などとバランスして)定常状態になった場合のロスビー波の鉛直構造を考える。すなわち、位相速度 $C_x=0$ の定常ロスビー波の鉛直構造である。この定常ロスビー波の鉛直伝播の特性を考えるために、分散関係式(5.1.21)で $\sigma=0$ と置き鉛直波数 m で整理すると、

$$m^2 = \frac{N^2}{f_0^2} \left\{ \frac{\beta}{U} - (k^2 + l^2) - \frac{f_0^2}{4H_0^2 N^2} \right\}$$

となる。鉛直に波の構造となれる(伝播が出来る)のは m が実数($m^2 > 0$)のときである。この式から、波数 k の小さな波(波長が長い波)の方が鉛直伝播しやすい、 U が西風でなければ鉛直伝播できないが、西風が強すぎても伝播できない、ことが分かる。今、仮に南北波数 $l=0$ (南北方向に構造のない波)を仮定すると、 $m^2 > 0$ となるための東西波数 k の条件は、

$$k^2 < K_s^2 = \frac{\beta}{U} - \frac{f_0^2}{4H_0^2 N^2}$$

である。前項と同じように 45°N で $U \sim 25 \text{ms}^{-1}$ とすると、最大波数 K_s は、

$$K_s^2 = \frac{\beta}{U} - \frac{f_0^2}{4H_0^2 N^2} \sim \left(\frac{1.6 \times 10^{-11}}{25} - 4 \times 10^{-13} \right) \text{m}^{-2} \sim 2 \times 10^{-13} \text{m}^{-2}$$

で、波長にして約 $13,000 \text{km} (= 2\pi / K_s)$ で、 45°N で波数³²程度である。この K_s より波数の小さな地球規模の長い波しか鉛直に波の構造を持ってない。

もう少し現実的な基本場を考え、第5.1.2図に示すとおり U は対流圏で高度ともに線形で増加し、地上で 5ms^{-1} 、高度 10km で 25ms^{-1} となり、その上では一定とする(Held 1983)。すなわち、高度 10km までは $\frac{\partial U}{\partial z} = 2 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$ で風速が増す。この仮定は少なくとも下部成層圏までは 45°N での冬の観測に近い。この場

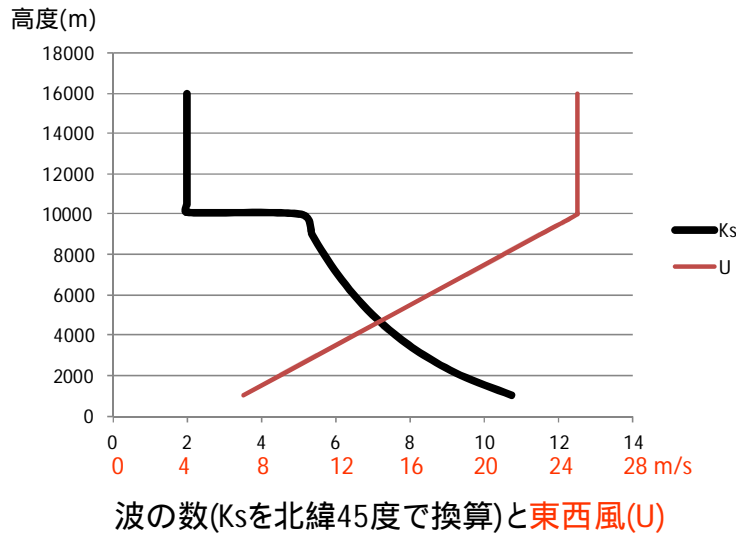
合、 U が高度 z に依存するので、 β の代わりに式(5.1.19)の右辺第2項の基本場の渦位の南北傾度 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ 、すなわち実効 $\beta (= \beta^*)$ を考える必要がある。高度 10km 以下では β^* は、

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta^* = \beta - \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right\} U = \beta + \frac{f_0^2}{N^2} \frac{1}{H_0} \frac{\partial U}{\partial z} \sim 4 \times 10^{-11} \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$$

であり U が変化しない高度 10km 以上では、

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta^* = \beta \sim 1.6 \times 10^{-11} \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$$

³ ここでの波数は、 45°N における波の数のことで無次元である。一方、本章での東西波数 k 、南北波数 l 、鉛直波数 m は m^{-1} の次元を持つ量である。両者は異なるが、誤解される恐れもないので同じ「波数」という用語を用いた。



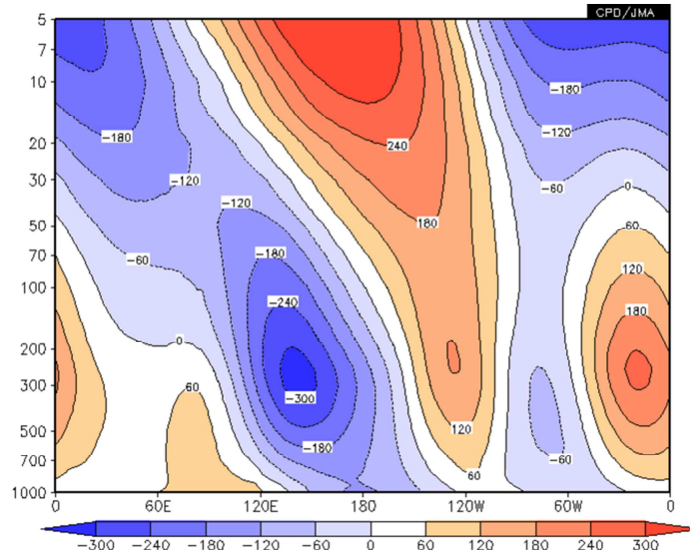
第 5.1.2 図 東西風Uの鉛直構造を赤線のとおり仮定した場合の鉛直伝播可能な最大波数 Ks の鉛直分布（黒線）
45°N での東西方向の波の数で換算。横軸は東西風（赤色で表示）と Ks（黒色で表示）。詳しくは本文を参照のこと。

となる。高度 10km までの β^* は β の 2 倍強で、U の鉛直構造の影響で β 効果が 2 倍強になっている、ということである。これは β 効果としては地球の回転速度が 2 倍になったり、回転速度がそのままでも半径が 1/2 になったことに対応する（なお、成層圏では対流圏に比べ N^2 が 2 倍程度になるのでそれによっても β^* は変わる）。対応して、第 5.1.2 図に示すように、

$$K_s^2 = \frac{\beta^*}{U} - \frac{f_0^2}{4H_0^2 N^2}$$

は高度が上がるにつれて減少し、高度 10km では $K_s^2 \sim 1 \times 10^{-12} \text{m}^{-2}$ （～波数約 5、～波長 6,000km）となる。そして、西風の強さが一定となる高度 10km で不連続に小さくなり、それより上空では、 $K_s^2 \sim 2 \times 10^{-13} \text{m}^{-2}$ ～波長 14,000km（波数約 2）となる。

このことは、現実に近い偏西風を基本場とすると、大規模山岳の影響により地表付近で作られたロスビー波は、波長の長いものは成層圏まで伝播できるが、波長の短いものは伝播できずに対流圏内に捕捉されることを意味している。この基本場では、偏西風の強さがピークとなる高度 10km を境に、波長 6,000km～14,000km の波が鉛直に上向きに伝播出来なくなる。つまり、偏西風の強さがピークとなるジェット気流の軸付近の高度、すなわち対流圏界面を境に、 β^* が急激に小さくなるために波が鉛直に伝播しにくくなるということである。静的安定度(=N)を一定と置くなどのかなり大胆な仮定のもとに導いたロスビー波の鉛直伝播の特徴であるが、対流圏界面付近にロスビー波の鉛直伝播を妨げる壁があることは定性的には間違っていない。このことが対流圏界面付近で最も振幅が大きく、鉛直に位相が変わらない定常ロスビー波がよく観測されることの原因のひとつとなっている。なお、第 5.1.3 図には観測された平年の冬（12～2月）の 45°N におけるジオポテンシャル高度の経度 - 高度断面図（帯状平均からのずれ）を示す。成層圏には波数 1 程度の波長の長い波があるが、これは大規模山岳によって生成された定常ロスビー波が鉛直に伝播したものである。一方、対流圏界面付近で振幅が最も大きな波数 3 程度の波長の波があるが、これは対流圏に捕捉された定常ロスビー波である。



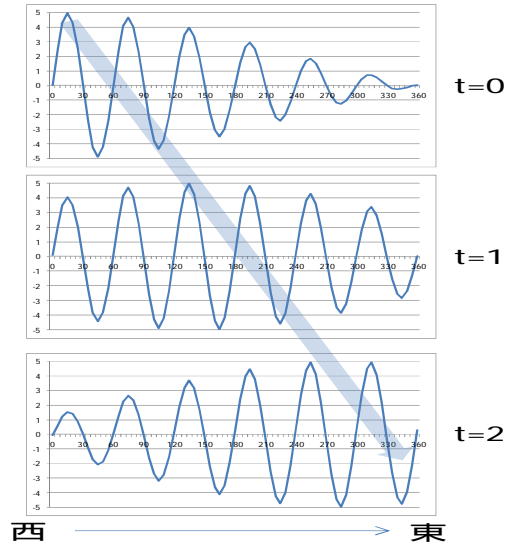
第 5.1.3 図 45°N におけるジオポテンシャル高度で帯状平均からのずれの経度高度断面図
等値線間隔は 60m。冬 (12 ~ 2 月) の年平均値。

5.1.7 ロスビー波束の群速度

第 5.1.5 項で述べたとおり、ロスビー波は位相速度が波数に依存する分散性の波である。このような分散性の波は、波数が少し異なる波のかたまり (波束) が個々の波の位相速度とは異なる速さで伝わる性質がある。この波束が伝わる速さを群速度といい、それは概ね波のエネルギーが伝わる速さ (厳密には後述する「波の活動度」が伝わる速さ) でもある。今、振動数 σ 、東西波数 k の分散性の波を考えると、その波の東西方向の位相速度 C_x は $\frac{\sigma}{k}$ で与えられ、群速度 C_{gx} は $\frac{\partial \sigma}{\partial k}$ で与えられる (岸保と佐藤 1986)。短期予報の場合には低気圧の中心の移動など位相速度で伝わる波の位相を追うことが多いが、より長い時間スケールの現象を対象とする季節予報の場合には群速度で伝わる波束のエネルギーの伝播、特に位相速度が 0 だが波束のエネルギーが東向きに群速度で伝わる定常ロスビー波束のエネルギー伝播に着目することが多い。

位相速度と群速度の違いは、それを意識して天気図を見る習慣を付けると容易に実感できるが、意識していないとなかなか実感できない。そこで、定常ロスビー波束の伝播の説明の前に、簡単な例を対象に図を使って説明しておこう。第 5.1.4 図は、ロスビー波と同じように、一般風がない場合の位相速度が西向きで、波長の長い波の方がより早く西に進む「波束」の時間変化を示したものである。x 軸方向は東西方向を示し、0° ~ 360° までの地球 1 周分を描いたと考えてよい (地球 1 周を越えて x 軸方向に無限に続くとしているが)、ここでの波束とは、東西方向に波数が 5.6 ~ 6.4 の同じ振幅の波を重ね合わせたものである。ただし、西向きの位相速度を持つ波数 6 の波が定常となるように、波数 6 の位相速度と同じ速さの西風を吹かせた。3 枚の図は上から等間隔に時間経過とともに並べた。この図を見ると、波の位相は動いていないが、波束の振幅の最も大きな場所は、 $t=0$ の時にはほぼ西端にあったものが、 $t=1$ には 150° 付近、 $t=2$ には 300° 付近に動いている。すなわち、波束がこの速度で東に動いていることが分かる。図に矢印で示したがこの波束が動く速さが群速度 (C_{gx}) である。この場合、「波数 6 の定常波束が群速度 C_{gx} で東向きに伝播している」といえる。

以下、定常ロスビー波束のエネルギー伝播を考える。基本場の東西風 U が南北鉛直方向に構造を持つ場合のロスビー波の分散関係式は、式 (5.1.22) を少し変形すると、



第 5.1.4 図 定常波の波束伝播の様式図

ロスビー波と同じく位相速度は西向きで、波長の長い波の方が西向きの速度が速い波の集まり（波束。描画した領域で波数 5.6 ~ 6.4 の波）の時間変化。波数 6 の波が定常となるような西風 U を与えてある。時間 t は上から下に進む。太い矢印は振幅の最も大きな位置を結んだもので、その速度が群速度に対応する。

$$\sigma = k \left[U - \frac{\beta - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right) U}{k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H_0^2} \right)} \right] = k \left\{ U - \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H_0^2} \right)} \right\} = k \left(U - \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^2} \right) \quad (5.1.23)$$

と書ける。ここで、 $K^2 = k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H_0^2} \right)$ とおいた。式(5.1.23)から、波数(k, l, m)のロスビー波の東西方

向の位相速度は、 $C_x = \frac{\sigma}{k} = \left(U - \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^2} \right)$ である。一方、波束の東西方向の群速度（= 振動数の東西波数による偏

微分）は $C_{gx} = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = C_x + \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4} \times 2k^2$ で、南北方向の群速度は $C_{gy} = \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4} \times 2kl$ 、鉛直方向は $C_{gz} = \frac{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4} \times 2 \frac{f_0^2}{N^2} km$ である。

これらから、季節予報でよく取り扱う定常ロスビー波束、すなわち $C_x = 0$ の波束を考えると、

群速度は東向きである（ $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} > 0$ （通常はこの関係を満たす）の時）

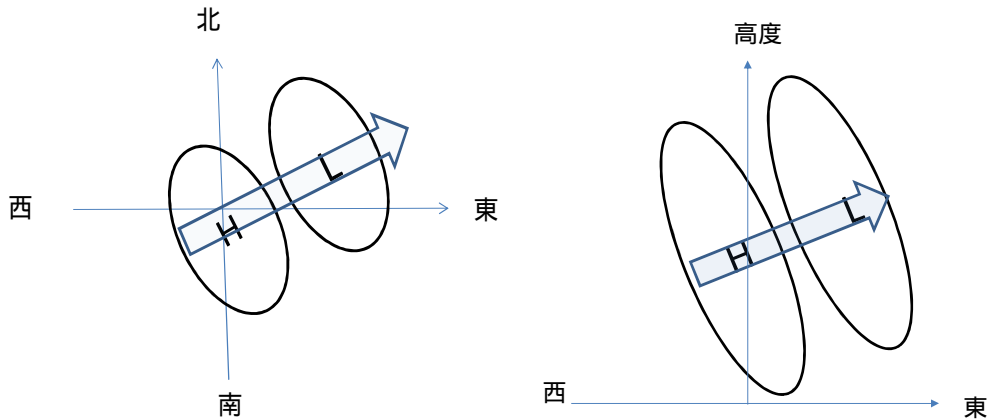
東西方向の群速度と南北方向の群速度の比は、 $C_{gx} : C_{gy} = k : l$ となる。すなわち、定常ロスビー波束の水平方向の群速度は波の波数ベクトル(k, l)に平行（等位相を結んだ線（等位相線）に直交）である。

東西方向の群速度と鉛直方向の群速度の比は、 $C_{gx} : C_{gz} = k : \frac{f_0^2}{N^2} m$ となる。

このうち については、前述したとおりロスビー波が波長の短い波ほど西向きの位相速度が遅いことから理解できる。つまり、波長の短い波の方が長い波に比べて波のエネルギーが大きいが、西向きの位相速度が遅く相対的には東に進むので、波のかたまり（波束）のエネルギーも東向きに進むということである

（ $C_{gx} = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = C_x + k \frac{\partial C_x}{\partial k} = k \frac{\partial C_x}{\partial k} > 0$ ）は、第 5.1.5 図左のような形をした擾乱があると、矢印の方向（北東）

に波束が伝播し時間とともに下流で振幅が大きくなることを示している。このような波束の伝播は、例えば



第 5.1.5 図 定常ロスビー波束の伝播の向きと波の形との関係の模式図

図の楕円は波の形で、矢印は群速度の向きを表す。左は水平方向、右は東西鉛直方向を示す。左図のように、北西から南東向きに傾いたロスビー波束は北東方向に伝播する。右図のように鉛直に西に傾いたロスビー波束は鉛直上向きに伝播する。詳しくは本文参照のこと。

1 か月予報の 500hPa 高度の予測図でしばしば見られる。も同様に、第 5.1.5 図右のように高さとともに西に傾いた擾乱は鉛直上向きに伝播する（伝播出来る波長の長い波のみ）。波の起源は対流圏にあることが多いので、西に傾いた波束が解析されることが多いが、圏界面付近で東に傾いた波束が解析されることもある。これは圏界面の上、すなわち成層圏から下向きに伝播してきたロスビー波束である。

5.1.8 擾乱の基本場への影響と波の活動度フラックス

ロスビー波（擾乱）はただ伝播するのみでなく、伝播しつつ熱や運動量を輸送して流れ（基本場）を変えるなど、大気大循環にとって重要な役割を果たす。例えば、亜熱帯ジェット気流（基本場）の構造は、ハドレー循環による運動量輸送に加え擾乱の影響を強く受けて形成されている。ここでは、関係する物理量を東西に帯状平均した東西一様な「基本場」とそれからのずれの「擾乱」に分けて、擾乱の基本場への影響を議論する。また、「擾乱の基本場への影響」と「基本場の影響を受けた擾乱の伝播」の両者に関わる、すなわち両者の相互作用に関わる診断量である Eliassen-Palm フラックス（以下、E-P フラックス）についても説明するとともに、その 3 次元への拡張版であり、季節予報現業でも使われている Takaya and Nakamura(2001) の「波の活動度フラックス」についてもごく簡単に紹介する。

まず、準地衡風渦位 q を、基本場（ここでは帯状平均場）の渦位 $\bar{q}(y, z, t)$ と擾乱の渦位 $q'(x, y, z, t)$ に以下のとおり；

$$\bar{q} = \nabla^2 \bar{\psi} + f_0 + \beta y + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0^2 p}{N^2} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right), \quad q' = \nabla^2 \psi' + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0^2 p}{N^2} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right)$$

と分けて、準地衡風渦位方程式(5.1.17)を書き直し、次にそれを帯状平均すると、

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} (\overline{q'v'}) \quad (5.1.24)$$

となる。この式は、基本場の渦位 \bar{q} は擾乱の渦位 q' の北向き輸送の南北方向の収束・発散で変化することを示している。ここで、 $u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y}$ 、 $v' = \frac{\partial \psi'}{\partial x}$ であることなどを用いて $\overline{q'v'}$ について式を書き下すと、

$$\overline{q'v'} = -\frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0^2 p}{N^2} \overline{v' \frac{\partial \psi'}{\partial z}} \right)$$

とまとめられる。ここで、

$$\mathbf{F} = (0, F_y, F_z) = (0, -\overline{p u' v'}, p \frac{f_0^2}{N^2} \overline{v' \frac{\partial \psi'}{\partial z}}) \quad (5.1.25)$$

とおけば、 $\overline{q' v'} = \frac{1}{p} \nabla \cdot \mathbf{F}$ とかける。この \mathbf{F} は、 $\log P$ 座標系での E-P フラックスと呼ばれている。

式(5.1.25)を式(5.1.24)に代入すると、

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial y} \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (5.1.26)$$

となる。基本場の渦位 \bar{q} は E-P フラックス収束で変化することを示している。E-P フラックスの中身を見ると、南北成分は擾乱による西向き運動量の北向き輸送、鉛直成分は擾乱による熱の北向き輸送 ($v' \frac{\partial \psi'}{\partial z} = \frac{R}{f_0 H_0} \overline{v' T'}$ なので) である。すなわち、擾乱による運動量や熱輸送の収束が基本場の渦位を変える、ということである。

次に、ロスビー波の伝播と、運動量輸送、熱輸送との関係を考えよう。擾乱を平面波の重ね合わせと仮定して、式(5.1.20)のとおり、

$$\psi' = \psi_0 \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\}$$

とおく。このように表記する場合には、暗黙にその実部をとる、すなわち；

$$\begin{aligned} \psi' &= \frac{1}{2} [\psi_0 \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\} \\ &\quad + \psi_0^* \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{-i(kx + ly + mz - \sigma t)\}] \end{aligned}$$

とすることを仮定している。ここで、 ψ_0^* は ψ_0 の複素共役である。擾乱の風は、

$$\begin{aligned} u' &= -\frac{\partial \psi'}{\partial y} = \frac{1}{2} [-il\psi_0 \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\} \\ &\quad + il\psi_0^* \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{-i(kx + ly + mz - \sigma t)\}] \\ v' &= \frac{\partial \psi'}{\partial x} = \frac{1}{2} [ik\psi_0 \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\} \\ &\quad - ik\psi_0^* \exp\left(\frac{z}{2H_0}\right) \exp\{-i(kx + ly + mz - \sigma t)\}] \end{aligned}$$

となるので、擾乱による運動量輸送は、

$$\begin{aligned} \overline{u' v'} &= \frac{1}{4} [kl\psi_0^2 \exp\{2i(kx + ly + mz - \sigma t)\} \\ &\quad + kl\psi_0^{*2} \exp\{-2i(kx + ly + mz - \sigma t)\} - 2kl\psi_0\psi_0^*] \exp\left(\frac{z}{H_0}\right) \end{aligned}$$

である。前2項は東西波数 $2k$ の波としての変動を表し、第3項は直流成分である。この運動量輸送を東西方向に1波長分平均すると波の成分が消えて、直流成分である第3項のみ残り、

$$\overline{u' v'} = -\frac{1}{2} kl\psi_0\psi_0^* \exp\left(\frac{z}{H_0}\right) = -\frac{1}{2} kl|\psi_0|^2 \exp\left(\frac{z}{H_0}\right)$$

となる(ここでは1波長分の平均としたが、地球1周分の東西平均としてもほぼ同じことなので、以後—は、これまでどおり地球1周分の東西平均として用いる)。これは第5.1.7項で示したロスビー波の南北方向の群

速度と、

$$Cgy = -\frac{4\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4|\psi_0|^2} \times \exp\left(\frac{-z}{H_0}\right) \times \overline{u'v'} \quad (5.1.27)$$

と関係付けられる。通常、 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} > 0$ なので、 Cgy は $\overline{u'v'}$ とは逆符号となる。このため、例えば第 5.1.5 図左のようにロスビー波束が北東向きに伝播している場合、すなわち波の軸が北西から南東に傾いている場合には、波束が西風運動量を南向きに輸送している。極向きの熱輸送も $T' = \frac{f_0 H_0}{R} \frac{\partial \psi'}{\partial z}$ から同様に

$\overline{T'v'} = \frac{f_0 H_0}{2R} km|\psi_0|^2 \exp\left(\frac{z}{H_0}\right)$ となり、鉛直方向の群速度と、

$$Cgz = \frac{f_0 R}{H_0 N^2} \frac{4\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4|\psi_0|^2} \times \exp\left(\frac{-z}{H_0}\right) \overline{T'v'} = \frac{4\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}{K^4|\psi_0|^2} \times \exp\left(\frac{-z}{H_0}\right) \times \frac{f_0^2}{N^2} \overline{v' \frac{\partial \psi'}{\partial z}} \quad (5.1.28)$$

と関係付けられる。第 5.1.5 図右のようにロスビー波束が上向きに伝播している場合、すなわち波が高さとともに西に傾いている場合には、擾乱が熱を北向きに輸送している、ということである。ところで、ロスビー波の群速度と運動量輸送、熱輸送との関係を表す式(5.1.27)と式(5.1.28)と式(5.1.25)の E-P フラックスを比較すると、

$$F_y = Cgy \times p \frac{K^4|\psi_0|^2}{4\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}} \times \exp\left(\frac{z}{H_0}\right), \quad F_z = Cgz \times p \frac{K^4|\psi_0|^2}{4\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}} \times \exp\left(\frac{z}{H_0}\right) \quad (5.1.29)$$

であり、ロスビー波の群速度と E-P フラックスの向きはお互いには平行であることが分かる。すなわち E-P フラックスはロスビー波束の南北、鉛直方向の伝播の向きも表している。

なお、ロスビー波束の伝播の向きを表す E-P フラックスの収束で基本場の流れが変わるということから分かるとおり、ロスビー波にはそれに伴う運動量がある。実は、ロスビー波に限らず一般的に波はそのエネルギーを $E (> 0)$ 、位相速度を c 、波を流す一般流を U とすると、 $\frac{E}{c-U}$ に比例する運動量（擬運動量と呼ばれている）を持つ（松野 1981）。第 5.1.5 項で述べたとおり、ロスビー波は基本場の流れ U に比べ西向きの位相速度を持つので、擬運動量は負（ $c-U < 0$ なので）、すなわち西向きの擬運動量を持つ。このため、ロスビー波束の収束、すなわち E-P フラックスの収束は西向きの擬運動量の収束に対応し、結果として基本場の西風を減速することとなる。逆に E-P フラックスの発散は西風加速となる。

次に、振幅の変化も含めたロスビー波の強さの変化について議論する。一般に、波の振幅が小さい時（線形近似が成り立つ時）、波の振幅の 2 乗に比例し、かつ、符号が定まった量を、波の強さを表す量という意味で波の「活動度」という。ロスビー波の場合には渦位の 2 乗（エンストロフィーと呼ばれる）を実効 β で割った量が「活動度」のひとつとして知られている。

今、 $\bar{U}(y, z)$ の周りに線形化した渦位方程式 (5.1.19) を再掲すると、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right) q' + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = 0$$

であり、それに $p q' / \frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ を乗じて帯状平均し、 $\overline{q'v'} = \frac{1}{p} \nabla \cdot \mathbf{F}$ であることを考慮すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} p \frac{\overline{q'^2}}{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}} \right) + \nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} A + \nabla \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (5.1.30)$$

となる。ここで、 $A = \frac{1}{2} p \frac{\overline{q'^2}}{\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}}$ である。摩擦や非断熱加熱がない場合には、 A は E-P フラックス収束のみで変化

する。また、

$$\overline{q^2} = \frac{1}{2} K^4 |\psi_0|^2 \exp\left(\frac{z}{H_0}\right)$$

なので、

$$F_y = C_{gy} \times p \frac{K^4 |\psi_0|^2}{4 \frac{\partial q}{\partial y}} \times \exp\left(\frac{z}{H_0}\right) = C_{gy} \times A$$

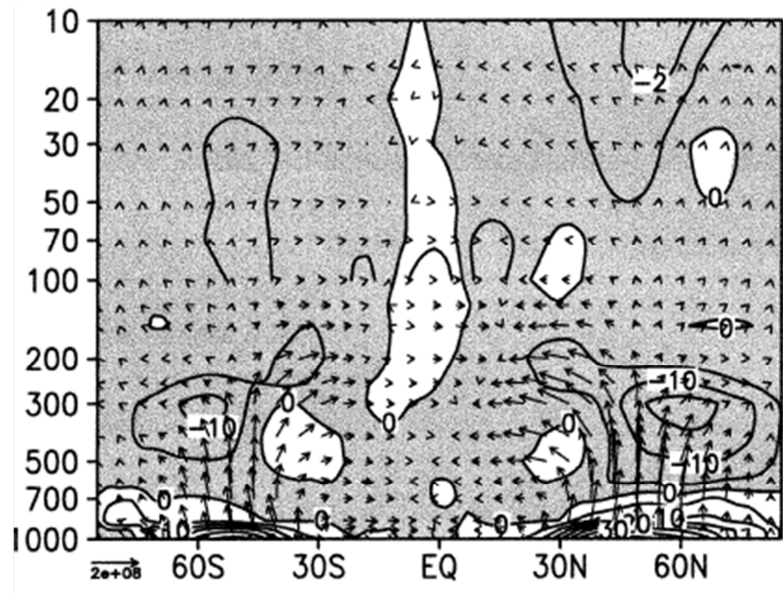
$$F_z = C_{gz} \times p \frac{K^4 |\psi_0|^2}{4 \frac{\partial q}{\partial y}} \times \exp\left(\frac{z}{H_0}\right) = C_{gz} \times A$$

となる。これを式(5.1.30)に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} A + \nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} A + \nabla \cdot (C_g A) = 0 \quad (5.1.31)$$

となる。定義から A は渦位の 2 乗を実効 β で割った量で、ロスビー波の「活動度」である。ロスビー波の活動度 A は、E-P フラックス収束、あるいは群速度 C_g による A のフラックス収束のみで変化する保存量である。この意味で、E-P フラックスはロスビー波の「活動度フラックス」でもある。

これまで説明してきたように、E-P フラックスとその収束を見れば、帯状平均ではあるものの、擾乱（ロスビー波）が基本場に及ぼす効果と、ロスビー波の「活動度」の生成・伝播・消滅の過程が分かる。参考に、気象庁 / 気象研究所の大気モデルを用いてシミュレーションした冬（12～2月）平均の E-P フラックスとその発散を第 5.1.6 図に示す。なお、第 5.1.6 図に示す E-P フラックスは、厳密には、ここで述べた準地衡風近似の E-P フラックスではないが特徴は同じである。北半球対流圏に注目すると、中緯度の地表から対流圏下層で E-P フラックス（すなわち、「波の活動度フラックス」）が発散（西風加速）し、対流圏上層で収束（西風減速）しているが、これは、ロスビー波の観点からは、下層で生成された移動性の擾乱（日々の天気支配する移動性の高低気圧。これらも傾圧不安定性で増幅するロスビー波である）と停滞性の擾乱（定常ある



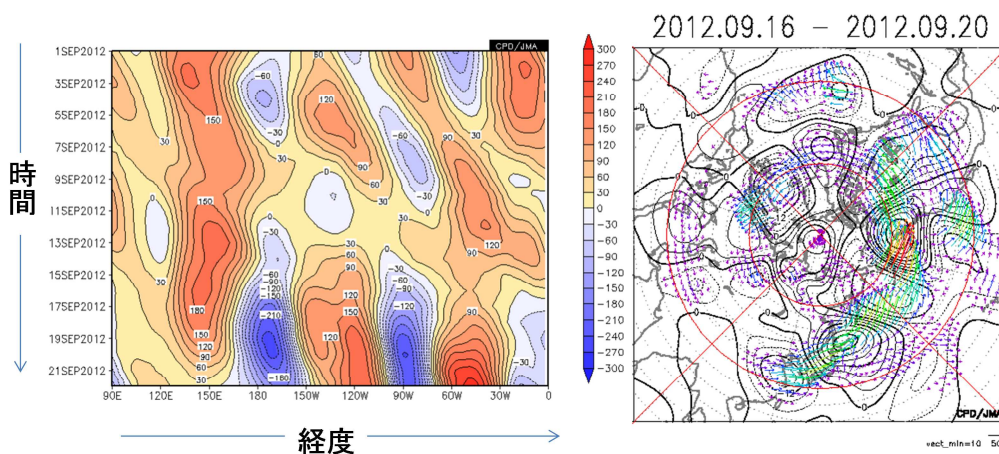
第 5.1.6 図 E-P フラックス（矢印）とその発散（等値線と影）

気象庁 / 気象研究所の大気大循環モデル(MRI/JMA98-GCM)による冬のシミュレーションより計算。E-P フラックスの東西方向のスケールは図左下に表示し、単位は kgs^{-2} 。鉛直方向はフラックスの向きが実際に伝播している向きと等しくなるように 460 倍している。E-P フラックス発散の等値線間隔は、100hPa より下は $5\text{ms}^{-1}\text{day}^{-1}$ 、上は $1\text{ms}^{-1}\text{day}^{-1}$ 。Tanaka et al. (2004) の Fig.2 から転載。

いは準定常なロスビー波)が鉛直に伝播し、対流圏上層で収束していることに対応している。E-P フラックスの鉛直成分は擾乱による北向きの熱輸送にも対応するので、対流圏内では擾乱による北向き熱輸送が行われ、西風の鉛直シアが弱められていることが分かる。対流圏上層では、40°N 付近から南で E-P フラックスが β^* の大きな南向きに向きを変えており、ロスビー波が南向きに屈折していることを示している。これにより、ロスビー波は北向きに運動量を運んで亜熱帯ジェット気流を弱めている。このロスビー波は、亜熱帯ジェット気流の軸を横切ってさらに南向きに伝播し、基本場が東風になる低緯度で吸収され弱まっている。ここでも西風を減速している。一方、中・高緯度の 50hPa 以上の成層圏では、E-P フラックスの収束による西風の減速が見られるが、これは鉛直上方に伝播できた波長の長いロスビー波がこの領域で吸収されるためである。冬に起きる成層圏突然昇温には、この過程が関係している。

このように E-P フラックスは、理論的にも現象の解析にとっても重要な診断量である。ただし、弱点は「帯状平均」であること、すなわち、東西方向に関する情報がない南北・鉛直方向の 2 次元のフラックスであることである。季節予報や異常気象の解析で欲しいのは、東西方向の情報も含む、3 次元の波の活動度フラックスである。また、基本場としては帯状平均場ではなく、東西方向に非一様な平年値に取りたいし、それからの偏差(平年偏差)を擾乱と考えたい。その条件を満たすように E-P フラックスを 3 次元に拡張したものが、Takaya and Nakamura(2001)の波の活動度フラックスである。彼らは、準地衡風近似におけるロスビー波の活動度を、上述した波のエンストロフィーに基づく活動度と、波のエネルギーに基づく活動度の和で定義することによって、東西方向に非一様な基本場のもとでのロスビー波の「波の活動度フラックス」を近似的に求めた。導出に当たっては空間平均も時間平均も取らないので、定常ロスビー波にも移動性のロスビー波にも適用可能である。気候系の監視・診断に大変適したものであるため、気象庁で 3 次元的な平年値を基本場に平年偏差を擾乱として、ロスビー波の位相速度を 0 と仮定する、Takaya and Nakamura(2001)の定常ロスビー波の「波の活動度フラックス」を、季節予報や気候系監視の現業に活用している。

第 5.1.7 図左には、北日本で記録的な残暑となった 2012 年 9 月上旬～中旬にかけての、40°N～60°N で平均した 300hPa 高度の平年偏差の時間経度断面図を示す(5 日移動平均)。日本付近の 140°E を中心に強い正偏差が持続的に見られる。これが、残暑をもたらした亜熱帯ジェット気流の北への蛇行の持続、すなわち強いリッジの持続を表している。そのような状況の中で、9 月 15 日頃からは日本付近の正偏差から東側に負偏



第 5.1.7 図 2012 年 9 月の記録的な残暑と定常ロスビー波束の伝播

左) 300hPa のジオポテンシャル高度の平年偏差。40°N～60°N で平均した時間経度断面図。2012 年 9 月 1 日～9 月 22 日。5 日移動平均。等値線間隔は 30m。右) 300hPa の Takaya and Nakamura(2001)の定常ロスビー波の「波の活動度フラックス」(矢印)。水平成分のみ。2012 年 9 月 16 日～9 月 20 日の 5 日平均。ベクトルのスケールは図の右下を参照で、単位は m^2/s^2 。等値線は、300hPa の流線関数平年偏差で、単位は $10^6 m^2/s$ 。等値線の間隔は $4 \times 10^6 m^2/s$ 。

差、正偏差、負偏差、正偏差と、波長が経度にして90度ぐらいの波列状の偏差が見られるようになった。この波列状の偏差パターンは東西に動かず、偏差の強さが次第に東に動く、定常ロスビー波束の伝播の特徴を示している。この伝播に伴い、日本付近の経度における偏差は9月下旬に入って弱まり、対応して記録的な残暑も終わった。このことを Takaya and Nakamura(2001)の定常ロスビー波の「波の活動度フラックス」で確認する。第5.1.7 図右は9月16~20日の5日平均場の300hPaの「波の活動度フラックス」と流線関数偏差を示す。日本付近から北太平洋、北米にかけて波列状の偏差パターンと強い東向きの「波の活動度フラックス」が見られ、振幅の大きな定常ロスビー波束が伝播していることが確認できる。図は略すがその前の時期にはこのような波列や「波の活動度フラックス」は見られない。北日本に記録的な残暑をもたらした亜熱帯ジェット気流の持続的な北への蛇行は、下流に大振幅の定常ロスビー波束を射出することによって次第に弱まった、ということが分かる。

5.1.9 順圧ロスビー波の伝播

第5.1.5 項や第5.1.6 項で述べたとおり、季節予報や異常気象の解析で取り扱う、ほぼ定常かつ地球規模ほどは波長が長くないロスビー波は、成層圏までは伝播できず、また、対流圏では鉛直にほぼ立った順圧的(対流圏界面付近でもっとも振幅の大きな)な構造をしている。このため、地衡風が鉛直方向について一様であると仮定し、準地衡風渦位方程式(5.1.17)をさらに単純化し、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla\right) (\nabla^2 \psi + f_0 + \beta y) = 0 \quad (5.1.32)$$

とする非発散順圧渦度方程式や、山岳や大規模加熱による強制やエクマン層における摩擦を考慮する発散順圧渦度方程式；

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla\right) (\nabla^2 \psi + f_0 + \beta y) = -\frac{f_0}{H} \mathbf{v}_g \cdot \nabla h - f_0 D - \varepsilon \nabla^2 \psi \quad (5.1.33)$$

を用いてロスビー波の伝播や生成についての力学的な考察をすることもある。ここで、H は平均的な層の厚さ、h は山岳の標高(H に比べて十分低いとする)、D は水平発散、ε はエクマン層における摩擦による相対渦度の減衰係数である。式(5.1.33)の右辺第1項は、風が大規模な山岳に当たってできる上昇流で渦管が縮む効果を表している。第2項は、大規模な対流活動などに伴う発散風によって渦管が広がる効果を表している。大規模な山岳や対流活動が渦度を変位させる、すなわちロスビー波を強制する、ということである。なお、準地衡風近似ではβ = 一定としているが、それを実際の地球のようにβ自身が緯度によって変化する(緯度が低くなるにつれ大きくなる)ことを考慮する場合もある。この順圧渦度方程式から季節予報に関わる多くのことの理論的考察が可能となる。

例えば、一様な基本場の西風 U が山に当たり続けることによってできる微小な定常応答を考える (James 1994)。式(5.1.33)を U の回りに線形化する ($(u_g, v_g) = (U - \frac{\partial \psi'}{\partial y}, \frac{\partial \psi'}{\partial x})$) とおき、非線形項を落とす。以下、微小擾乱の記号 ' は省く) と、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{f_0 U}{H} \frac{\partial h}{\partial x} - \varepsilon \nabla^2 \psi \quad (5.1.34)$$

となる。山の標高は $h = h_0 \cdot \exp(ikx + ily)$ と波の形をしていると仮定する。十分時間がたって定常状態になった場合に、ψ も波の形 $\psi = Z \cdot \exp(ikx + ily)$ を仮定し、式(5.1.34)に代入すると、ψ の振幅 Z は、

$$Z = \frac{f_0 U \left\{ \left(U - \frac{\beta}{k^2} \right) + \frac{i\varepsilon}{k} \right\} h_0}{\left\{ \left(U - \frac{\beta}{k^2} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)^2 \right\} H k^2} \quad (5.1.35)$$

となる。ここで、 $K^2 = k^2 + l^2$ である。この定常応答の振幅の絶対値は、

$$|Z| = \frac{f_0 U}{\left\{ \left(U - \frac{\beta}{K^2} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} H K^2} h_0 \quad (5.1.36)$$

となる ($h = h_0 \cdot \exp(ikx + ily)$)としたが、これは実際の地形をフーリエ展開したうちの1成分としてみる

い、鍵となるパラメーターは $\frac{\beta}{UK^2}$ である。もし、エクマン層における摩擦がない、すなわち $\varepsilon = 0$ とすると、

$\frac{\beta}{UK^2} = 1$ の場合には式(5.1.36)の分母が0となり、定常応答の振幅が無限大になってしまう。つまり、共鳴で

ある。実際には ε は0ではないので共鳴は起きないが、 $\frac{\beta}{UK^2} = 1$ あるいはこの条件に近い波数の波の振幅が大きくなり、卓越することは起こり得る。今、 $45^\circ N$ で、 $U=15m/s$ 、南北方向の波長 $\sim 10,000km$ 、すなわち $l=6.3$

$\times 10^{-7}m^{-1}$ の波を考え、エクマン層における摩擦による減衰の時定数を5日、すなわち $\varepsilon = \frac{1}{5日} = 1/(5 \times$

$86400)s^{-1}$ 、 H と h_0 の比を $1/10$ とし、式(5.1.36)の $|Z|$ の東西方向の波数に対する変化(第5.1.8図)を計算

すると、確かに $k^2 = \frac{\beta}{UK^2} - l^2 \sim 6 \times 10^{-14}m^{-2}$ (\sim 波長 $8,000km \sim 45^\circ N$ での波数4弱)の近辺で振幅が大きくなっ

ている。山の強制に対する実際の大気への応答は当然複雑ではあるが、こういった共鳴的な応答は現実の大気

にも起きていていると考えられている(平年値で見られる偏西風の蛇行など)

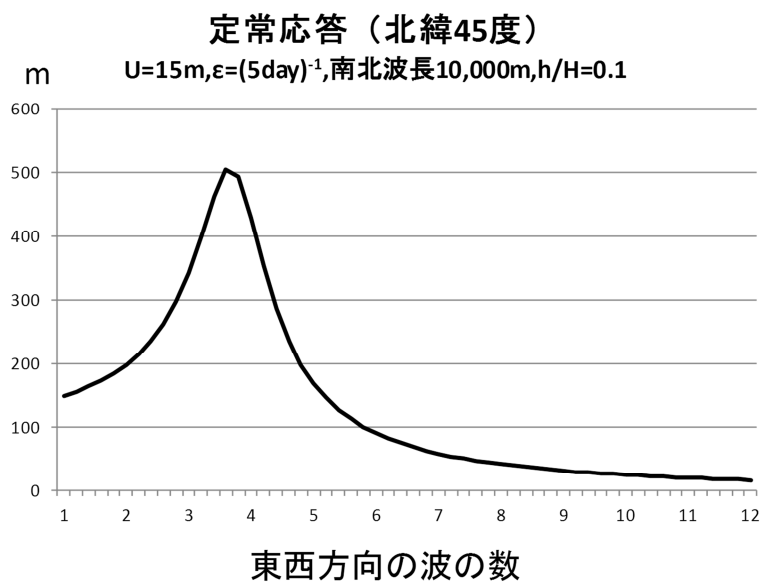
次に、限られた場所にある山岳や対流による加熱などによって強制されるいろいろな波長の定常ロスビー

波束が、南北方向に構造を持つ基本場 $U(y)$ のもとでどのように伝播するかを考える。この基本場の場合、式

(5.1.32)を基本場 $U(y)$ の周りに線形化した非発散順圧渦度方程式は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi + \left(\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (5.1.37)$$

となる。波の伝播を考えるので右辺は0としている。ここで擾乱の流線関数 ψ を、



第5.1.8図 一様な東西風 $U(=15m/s)$ の回りに線形化した発散順圧渦度方程式における山岳の強制に対する定常応答
 南北方向の波長 $\sim 10,000 km$ 、エクマン層における摩擦による減衰の時定数を5日、 H (平均的な層の厚さ)と h_0 (山の
 の高さ)の比を $1/10$ 、 $45^\circ N$ とし、式(5.1.36)の $|Z|$ を東西方向の波数毎に書いた。詳しくは本文参照のこと。

$$\psi = \psi_0 \exp\{i(kx + ly - \sigma t)\}$$

のように、東西波数 k 、南北波数 l 、振動数 σ の波の形に仮定して式(5.1.37)に代入すると、順圧ロスビー波の分散関係式；

$$\sigma = kU - \frac{k(\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2})}{k^2 + l^2} \quad (5.1.38)$$

が得られる。ここで定常な強制に対する定常な応答（すなわち、 $\sigma = 0$ ）を考えると、分散関係式は南北波数 l の診断式、

$$l^2 = \frac{\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}}{U} - k^2 = Ks^2 - k^2 \quad (5.1.39)$$

となる。 l が虚数の場合には、強制によって作られた擾乱は波としては伝播できず、強制から離れると減衰する。式(5.1.39)から分かるとおり、東西波数 k の波が伝播できる条件は $Ks = \left\{ \frac{\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}}{U} \right\}^{1/2}$ に依存している。 Ks が実数で k より大きい場合に伝播可能である。

今、ロスビー波束が緯度とともに変化する Ks の場の中を伝播することを考えよう。ここでは、東西波数 k と南北波数 l 、振動数 σ は、1 波長あるいは 1 周期程度の範囲では大きくは変わらないものの、時間的・空間的に変化する、と仮定する⁴。あらためて分散関係式を $\sigma = \sigma(k, l, \beta^*)$ とおき、群速度 (C_{gx}, C_{gy}) で移動する系に乗って σ 、 k 、 l の時間変化を考える。ここで、波の位相 θ を $\theta = kx + ly - \sigma t$ と置くと、定義から

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = k, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = l, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\sigma \text{ なので } \frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial l}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma}{\partial y}, \quad \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial l}{\partial x}, \quad C_{gx} = \frac{\partial \sigma}{\partial k}, \quad C_{gy} = \frac{\partial \sigma}{\partial l}, \quad \beta^* \text{ は } y \text{ だけの関数、}$$

であることを用いると、

$$\frac{D_p \sigma}{Dt} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + C_{gx} \frac{\partial}{\partial x} + C_{gy} \frac{\partial}{\partial y} \right) \sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial k} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial l} \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial \sigma}{\partial \beta^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial t} = 0$$

$$\frac{D_p k}{Dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial l} \frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial l} \frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{\partial \sigma}{\partial \beta^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial x} = 0$$

$$\frac{D_p l}{Dt} = \frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial k} \frac{\partial l}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial y} = -\frac{\partial \sigma}{\partial \beta^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial y} \neq 0$$

である。ここで、 $\frac{D_p}{Dt} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + C_{gx} \frac{\partial}{\partial x} + C_{gy} \frac{\partial}{\partial y} \right)$ である。 β^* が南北方向のみに依存するため、すなわち、波が伝播する「媒体」が南北方向には変化するので南北波数 l は変化するが、東西方向には変化しないので東西波数 k は変化せず、時間的にも変化しないので振動数 σ は変化しない。

ここまで準備しておいて、東西波数 k で振動数 $\sigma (=0)$ の定常ロスビー波束の伝播を考える。分散関係式

(5.1.38) から $C_{gx} = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = \frac{\beta^*}{K^4} \times 2k^2$ 、 $C_{gy} = \frac{\partial \sigma}{\partial l} = \frac{\beta^*}{K^4} \times 2kl$ なので、伝播の向きが x 方向となす角 α は、

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{C_{gy}}{C_{gx}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{l}{k} \right)$$

となる。 β^* は y だけに依存するので、群速度で移動する系に乗って考えると、前述したとおり $k = \text{一定}$ 、 $\sigma = \text{一定} (=0)$ で、 l が局所的に分散関係式を満たすように、すなわち全波数 $K^2 (=k^2 + l^2)$ が Ks^2 となるように変化する。このとき、

⁴ 大きく変わると「波」として呼べなくなってしまう。実は平面波を考える場合にはこれまでもこの仮定を使ってきたが、「大きく変わらない」ことから k 、 l 、 σ があらわに時間変化するとは説明してこなかった。

$$\frac{D_p k}{Dt} = 0$$

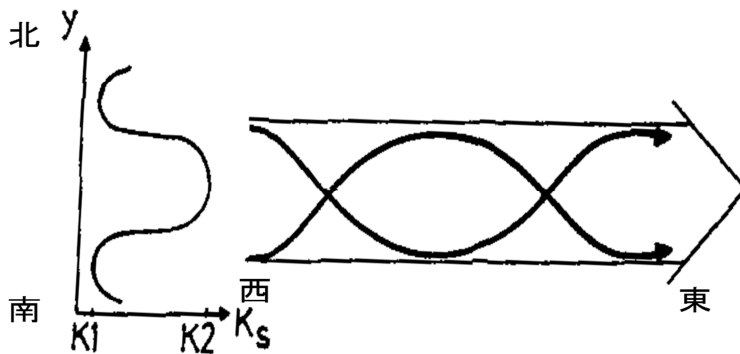
$$\frac{D_p l}{Dt} = \frac{\partial K_s}{\partial l} \times \frac{D_p K_s}{Dt} = \frac{K_s}{l} \times C_{gy} \times \frac{\partial K_s}{\partial y} = \frac{K_s}{l} \times \frac{U \times 2kl}{K_s^2} \times \frac{\partial K_s}{\partial y} = \frac{2Uk}{K_s} \times \frac{\partial K_s}{\partial y}$$

なので、

$$\frac{D_p \tan \alpha}{Dt} = \frac{2U}{K_s} \times \frac{\partial K_s}{\partial y}, \text{ あるいは、 } \frac{D_p \alpha}{Dt} = \frac{2Uk^2}{K_s^3} \times \frac{\partial K_s}{\partial y} \quad (5.1.40)$$

である。式(5.1.40)から、 $\frac{\partial K_s}{\partial y} > 0$ の緯度では α が増え、 $\frac{\partial K_s}{\partial y} < 0$ では α が減ることが分かる。このため、第5.1.9

図の左のように、 K_s がある緯度で極大値 K_2 を持ち、その南北で極小値 K_1 を持つような緯度分布をしている場合には、東西波数 $K_1 \sim K_2$ の定常ロスビー波束は極大域からあまり離れられず⁵、第5.1.9図の右のように光学でいうところの「導波管」に閉じ込められたようにその緯度帯に沿って東西方向に伝播する。この導波管に捕捉された波は、南北方向に拡がらないので減衰も小さく、東向きに遠方まで伝播する。



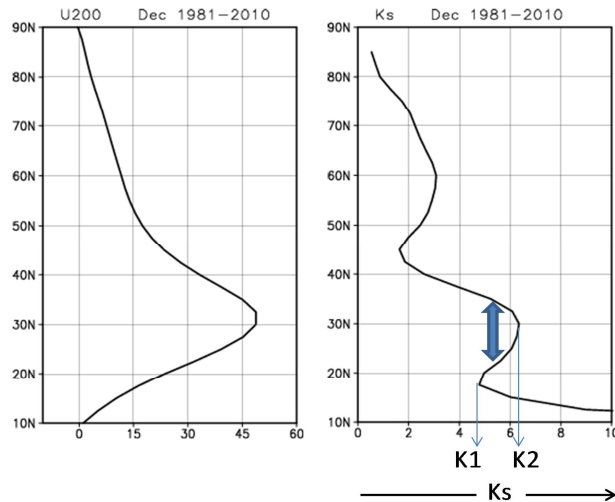
第5.1.9図 定常ロスビー導波管の模式図

定常波の最大波数 K_s が左のような南北分布をしている場合には、東西波数 $K_1 \sim K_2$ の定常ロスビー波は右図のように K_s の極大域に捕捉されて伝播する。Hoskins and Ambrizzi(1993)の Fig.2 より転載。

実際に解析された帯状平均 ($0^\circ \sim 180^\circ E$ の平均) の東西風 U とそれから計算した K_s を第5.1.10図に示す。ここで K_s は地球の半径で無次元化しており、赤道における波数と同等となっている。12月の200hPaの平年値 (1981~2010年の30年平均値、JRA-25/JCDAS) である。ロスビー因子 β が赤道域に向かって大きくなることに対応して K_s も大きくなるが、東西風の南北分布の影響で歪み、東西風 U の極大である $32.5^\circ N$ 付近、すなわち亜熱帯ジェット気流の軸のやや南側の $30^\circ N$ に K_s の極大値がある。これは亜熱帯ジェット気流の中心付近では U の緯度分布が上に凸⁶なので $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ が負で実効 β が大きくなるためである。図に示すように東西波数 5~6 強、すなわち波長 7,000~9,000km 程度の定常ロスビー波束がこの亜熱帯ジェット気流から離れられず東に伝播する。すなわち、これらの波長の定常ロスビー波束にとっては亜熱帯ジェット気流が導波管として働くのであ

⁵ K_1 の緯度では東西波数 k_1 の波束の α が符号を変える、すなわち波束の南北の伝播の向きが変わる。

⁶ 第5.1.10図右で緯度を横軸にとった場合を考えると U の緯度分布が上に凸になっている、すなわち U の y による2階微分が負ということである。



第 5.1.10 図 12 月の 200hPa 帯状平均（ここでは $0^{\circ} \sim 180^{\circ}E$ で平均）東西風（左）から計算した K_s の緯度分布（右）東西風は平年値を使用。左図の横軸は東西風(m/s)、右図の横軸は K_s で赤道における波数。詳しくは本文参照のこと。

る。また、 $45^{\circ}N$ 付近に K_s の極小が見られるが、これは亜熱帯ジェット気流の北側で U の緯度分布が下に凸で $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ が正で実効 β が小さくなるためである。これにより、亜熱帯ジェット気流の導波管の北側の壁が高くなるとともに、さらに北側の $60^{\circ}N$ 付近を中心とする 2 本目の導波管の形成に寄与している。 K_s は $20^{\circ}N$ から南では急激に大きくなるが、これは主に東西風 U が弱くなるためである。さらに南、 $10^{\circ}N$ 付近には U が 0、すなわち定常ロスビー波の位相速度と U が一致する場所が見られるが、ここは特殊な領域で、定常ロスビー波が吸収されたり、あるいは反射したりする領域（臨界緯度と呼ばれている）であり、解釈には注意が必要な緯度である。

ここまでは基本場の東西風 U が経度方向には変化しないとして説明してきたが、Hoskins and Ambrizzi (1993) は、 U が経度方向にも変化する場合にも拡張して調べた。基本場の東西風 U が南北風 V よりも十分大きく、かつ、基本場の渦度の緯度方向の変化の方が経度方向の変化よりも十分大きいと仮定して局所的な U を用いて計算した K_s の分布で、観測や順圧モデルを使った実験により得られる定常ロスビー波束の伝播がある程度理解できることを示した。

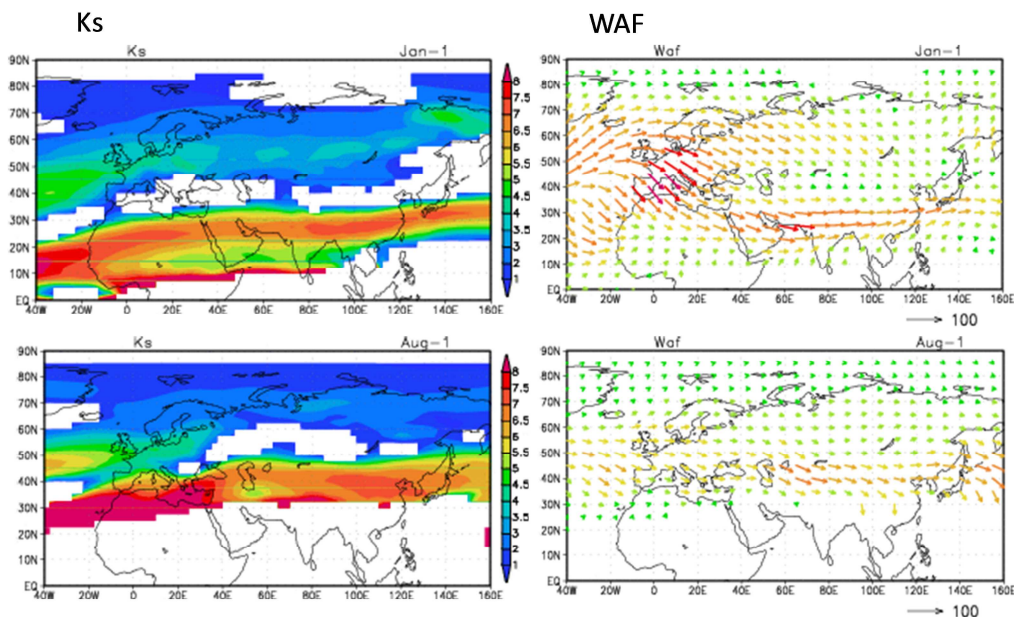
第 5.1.11 図の左上には、Hoskins and Ambrizzi (1993) にしたがって、1 月上旬の平年値から計算した 200hPa の K_s の分布を示す（白抜きは、 $K_s^2 < 0$ 、すなわち定常ロスビー波が「波」として伝播できない領域）。北アフリカからユーラシア大陸南部を通り太平洋中部まで、アジアジェットに沿って K_s の極大域、すなわち定常ロスビー波の導波管が東西に長く伸びている様子が分かる。 K_s の極大値は約 7 で、 K_s の南北分布から、東西波数 $k = 4$ 以上の波はこの導波管に捕捉される。例えば、東西波数 $k = 6$ （波長 7,000km 弱）の波は、 $K_s = 7$ の緯度で $l = 3.6$ 、群速度 C_g の x 軸からの傾き $\alpha = \tan^{-1}(l/k) \approx 30^{\circ}$ と見積もられ、少し屈折しつつ東向きに伝播することが分かる。

第 5.1.11 図の右上には、Takaya and Nakamura (2001) の定常ロスビー波の「波の活動度フラックス」の水平成分の 1 月上旬の平年値を示す（旬平均の平年偏差から「波の活動度フラックス」を作成し、それを 1981 ~ 2010 年の 30 年平均した）。左の K_s と合わせて見ると、亜熱帯ジェット気流の導波管に沿って、アフリカの北部からユーラシア大陸南部を通して、日本の南にかけて、東向きの「波の活動度フラックス」の大きな領域が見られ、亜熱帯ジェットの導波管に捕捉された定常ロスビー波束がこの時期によく伝播することが分かる。一方、ユーラシア大陸北部にも北欧から中部シベリアにかけて「波の活動度フラックス」の大きな領

域が見られるが、これは北側の導波管に沿って伝播するものである。なお、ヨーロッパから地中海にかけて南東向きに「波の活動度フラックス」が見られるが、これはヨーロッパや大西洋における振幅の大きなロスビー波（ブロッキング高気圧の崩壊に伴い形成されたものなど）が、亜熱帯ジェット気流の北側の Ks が小さくて伝播しにくい領域を乗り越えて、亜熱帯ジェット気流の導波管内に侵入して来るものである。このロスビー波が導波管内で東向きに屈折し、日本まで伝播し、しばしば日本の天候に大きな影響を与える。第 5.1.11 図下には、更に 8 月上旬の Ks と「波の活動度フラックス」の平年値を示す。亜熱帯ジェット気流の北上に伴い、導波管も 40°N 以北まで北上していること、冬に比べ導波管の南側の壁が明瞭でなく「波の活動度フラックス」も南向きの成分を持つ傾向があることなどが分かる。

なお、ここで示した局所的な Ks は、東西風 U が大きく変わるジェット気流の入口や出口付近では実際の Ks とは異なるし、実効 β も東西風の鉛直構造などを考慮すると実際の Ks とは異なるので、これを使った厳密な議論は避けるべきであることは注意したい。ただし、ジェット気流が導波管となりその導波管に捕捉されたロスビー波束が東向きによく伝播することは間違いない。

このような定常ロスビー波が顕在化するのは、第 2.4.1 項で説明したとおり、大規模な山岳や積雲対流活動などの強制がある場合と、強い水平風のシアーによる順圧不安定や短い周期の波の集団効果など大気の内部変動が原因となる場合とがある（尾瀬 2004）。また、西風ジェットの出口など、U が東西方向に大きく変わる領域では、単純な伝播ではなく、群速度が遅くなることによる波の局所的な増幅や、それに引き続く砕波が発生したりする。



第 5.1.11 図 200hPa の Ks (左) と Takaya and Nakamura(2001)の波の活動度フラックス (右) 1981~2010 年の 30 年平均。左の Ks は赤道における波の数で色で表示。30 年平均の 200hPa 東西風から計算。白抜きは、Ks が虚数となり定常ロスビー波が存在できない領域。上：1 月上旬、下：8 月上旬。右の波の活動度フラックスは各年について計算した後に平均した。ベクトルのスケールは図の右下のとおりで単位は m^2/s^2 。

5.2 赤道 β 平面近似による低緯度の大気の大規模な循環の理解

地球の回転の影響が小さい低緯度では地衡風の関係が成立たず、これまでのような準地衡風渦位方程式に基づいた議論は成立しない。一方、赤道においてコリオリ因子 f は 0 となるが、その緯度変化であるロスビー因子 β は最も大きくなり、その影響を受けた運動が起きる。そこで、運動方程式においてコリオリ因子 f を赤道のロスビー因子 β を使って $f=\beta y$ と置き換える「赤道 β 平面近似」のもと、低緯度の大規模な運動について議論することが多い。また、風が弱く、温度の水平方向の傾度が小さいので移流項が小さいため、静止大気を基本場とする線形化した方程式に基づき擾乱の特性について考えることも多い。以下、松野(1981)や Matsuno(1966)に沿って、静止大気の周りに線形化した「赤道 β 平面近似」の方程式系を用いて赤道域における大規模な運動について説明する。やはり、数式が出てくるが、それを一つ一つ追う必要はなく、要点を掴んでもらえればよい。

5.2.1 赤道 β 平面近似と浅水方程式

この近似による、摩擦と非断熱加熱を無視した場合の $\log P$ 座標の東西方向と南北方向の運動方程式、連続の式、熱力学の方程式はそれぞれ以下のとおりである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5.2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = - \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (5.2.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{p} \frac{\partial (pw)}{\partial z} = 0 \quad (5.2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + N^2 w = 0 \quad (5.2.4)$$

式 (5.2.3) と式 (5.2.4) から鉛直流 w を消すと、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{p}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right\} = 0 \quad (5.2.5)$$

が得られる。ここで、式(5.2.1)、式(5.2.2)、式(5.2.5)は u 、 v 、 ϕ を未知数とする閉じた方程式系となっている。 z に関する微分や z の係数は式(5.2.5)の左辺第 3 項にのみ含まれており、それを(定数) $\times \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)$ と置ければ、水平方向と鉛直方向に分離して議論することが可能となる。また、重力の影響を受けた回転する球面上の運動なので、それを水平方向と鉛直方向に分けて議論することは合理的である。このようなことを考慮して変数を

$$\mathbf{u} = \tilde{u}(x, y, t)\chi(z), \quad \mathbf{v} = \tilde{v}(x, y, t)\chi(z), \quad \phi = \tilde{\phi}(x, y, t)\chi(z) \quad (5.2.6)$$

と分離すると、次の式の組を得る。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} - \beta y \tilde{v} = - \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \quad (5.2.7)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \beta y \tilde{u} = - \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \quad (5.2.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + gh \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.2.9)$$

$$\frac{1}{p} \frac{d}{dz} \left(\frac{p}{N^2} \frac{d\chi}{dz} \right) = -\frac{1}{gh} \chi \quad (5.2.10)$$

式(5.2.7)～式(5.2.9)は擾乱の水平構造と時間変化を決め、式(5.2.10)は鉛直構造を決める方程式である。式(5.2.10)の鉛直構造を満たす擾乱は、式(5.2.7)～式(5.2.9)の水平構造を持つ、ということである。ここで変数分離のための常数を $-\frac{1}{gh}$ と置いた理由は、式(5.2.7)～式(5.2.9)において仮に $\bar{\phi} = g\eta$ と置くと、深さ h の海における表面の変位 η についての回転系の浅水方程式(波長に比べ十分浅い水の動きを表す方程式)と同じになるためである。浅い海において水が集まって表面が η だけ盛り上がる式(5.2.9)と、それに伴う圧力勾配に応じ、コリオリ力の影響を受けた運動(式(5.2.7)と式(5.2.8))が生じる。このようなことから h を「等価深度」と呼ぶ。

ここで、等温大気を仮定するとプラントサイラ振動数 N は一定となるので式(5.2.10)の解は、

$$\chi(z) = \exp\left(\frac{z}{H} \pm imz\right)$$

と求められる。ここで m は次の関係を満たす；

$$h = \frac{N^2}{g(m^2 + \frac{1}{4H^2})}$$

H は前述した等温大気のスケールハイトである。仮に、熱帯の対流圏で地表と圏界面付近(16kmとする)で符号が反対となる擾乱を考える。大規模な積雲対流活動により対流圏中層に加熱があった場合の応答として、下層に低気圧、上層に高気圧という鉛直構造をした擾乱がよく見られる(第1傾圧モード)が、それを考えるとといったことである。この場合、 $m = \pi/16\text{km}$ となるので、前述のとおり $H = 7.5\text{km}$ 、 $N^2 = 10^{-4}\text{s}^{-2}$ とすると、等価深度 h は $\sim 240\text{m}$ となる。すなわち、こういった鉛直構造を持つ擾乱は、水平方向には、深さ 240m の海における浅水方程式に従った振る舞いをする。なお、この深さの海の重力波の位相速度は、 $\sqrt{gh} \sim 50\text{m/s}$ である。

5.2.2 赤道ロスビー波と赤道ケルビン波

水平構造の方程式(5.2.7)～(5.2.9)から \bar{u} と $\bar{\phi}$ を消して、 $\bar{v}(x, y, t)$ についてまとめると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{gh} \left\{ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} + (\beta y)^2 \bar{v} \right\} - \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) \right] - \beta \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0 \quad (5.2.11)$$

となる。ここで、 $\bar{v}(x, y, t) = V(y) \exp(ikx - i\sigma t)$ と置くと式(5.2.11)は、

$$\frac{d^2 V}{dy^2} + \left(\frac{\sigma^2}{gh} - k^2 - \frac{\beta k}{\sigma} - \frac{\beta^2}{gh} y^2 \right) V = 0 \quad (5.2.12)$$

と書き換えられる。 $V \rightarrow 0 (y \rightarrow \pm\infty)$ を境界条件とすると、この方程式は以下の分散関係；

$$\frac{\sigma^2}{gh} - k^2 - \frac{\beta k}{\sigma} = (2n + 1) \frac{\beta}{\sqrt{gh}} \quad (5.2.13)$$

を満たす場合に、

$$V_n(y) = H_n \left(\left(\frac{\beta}{\sqrt{gh}} \right)^{\frac{1}{2}} y \right) \times \exp \left(-\frac{\beta}{\sqrt{gh}} \frac{y^2}{2} \right) \quad (5.2.14)$$

の解を持つ。ただし、 $n=0, 1, 2, \dots$ である。ここで、 $H_n(Y)$ は n 次のエルミート多項式；

$$H_n(Y) = (-1)^n \exp(Y^2) \frac{d^n}{dY^n} \exp(-Y^2)$$

である。これから分かるように、 $V_0(y)$ は $\exp\left(-\frac{\beta}{\sqrt{gh}}\frac{y^2}{2}\right)$ で表わされる赤道に最大振幅を持つ波で、 $V_1(y)$ は $y \exp\left(-\frac{\beta}{\sqrt{gh}}\frac{y^2}{2}\right)$ で赤道で0かつ両側に一对のピークを持つ波、といったように n は波の南北構造を特徴づける値である。エルミート多項式の y に係る係数の逆数 $le = \left(\frac{\sqrt{gh}}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}}$ は「赤道変形半径」と呼ばれている。式(5.2.14)から分かるとおり、これらの波の南北の拡がり「赤道変形半径」の範囲に限られている。上述した鉛直構造を持つ擾乱（等価深度 $h=240\text{m}$ ）では、赤道変形半径 le は、 $\left(\frac{\sqrt{gh}}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}} \sim \left(\frac{50}{2.3 \times 10^{-11}}\right)^{\frac{1}{2}} \sim 1,500\text{km}$ である。これらの波の南北幅は赤道を挟んだ南北の緯度 15 度程度ということであり、そのことからこれらの波を赤道域に捕捉された波という意味で「赤道波」と呼ぶ。分散関係式(5.2.13)は振動数 σ に関する 3 次式なので、その根は 3 つあるが、それらは振動数が大きいもの（左辺第 1 項が卓越するもの）と小さいもの（左辺第 3 項が卓越するもの）に分けられ、近似的に、

$$\sigma \cong \pm \sqrt{ghk} \sqrt{1 + (2n+1) \frac{\beta}{k^2 \sqrt{gh}}} = \pm \sqrt{ghk} \sqrt{1 + (2n+1) \frac{1}{k^2 le^2}}$$

$$\sigma \cong \frac{-\beta k}{k^2 + (2n+1) \frac{\beta}{\sqrt{gh}}} = \frac{-\beta k}{k^2 + (2n+1) \frac{1}{le^2}}$$

と解ける。上の式は東・西進する慣性重力波の分散関係式に対応している。慣性重力波とは、位相速度 \sqrt{gh} の重力波が地球の回転の影響（ここでは β ）で変形したものである。下の式は β を復元力として西進するロスビー波の分散関係式に対応している。ただし、赤道域に捕捉されているので「赤道ロスビー波」と呼ばれている。分母の第 2 項は、第 5.1 節で説明したロスビー波の南北波数 l に対応する（実は、等価深度 h を通して鉛直波数 m とも関係している）。

ここで、例えば、 $h=240\text{m}$ 、 $n=1$ で、水平波数 $k = \frac{1}{\text{地球半径}} = \frac{1}{6.37 \times 10^6 \text{m}}$ の慣性重力波の周期を概算すると 1 日程度である。一方、同じ条件で赤道ロスビー波の周期を概算すると 30 日程度であり、季節予報にとっては周期が長い後者が重要である。なお、水平波数 k が小さい場合には、上述した赤道ロスビー波の分散関係を表す式の右辺の分母では第 2 項が卓越し、 $n=1$ の場合には分散関係式は $\sigma \cong -\frac{\sqrt{ghk}}{3}$ となる。等価深度 h の重力波の約 $1/3$ の位相速度で西進し、分散性は小さいということである。

なお、 $n=0$ の波は、東進する慣性重力波と西進する赤道ロスビー波の性質を合わせ持つ特殊な振る舞いをする波で「混合ロスビー重力波」と呼ばれている。同様な条件で西進周期を概算すると 3 日程度であり、季節予報で直接的に扱うことはあまりない（熱帯擾乱の発生とは大いに関係がある）。

これまでは南北風 \tilde{v} で整理して赤道波を考えてきたが、別の波の候補として $\tilde{v} = 0$ の波が考えられる。この場合、式(5.2.7)～式(5.2.9)は、

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \tag{5.2.15}$$

$$\beta y \tilde{u} = -\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \tag{5.2.16}$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + gh \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0 \tag{5.2.17}$$

となる。これらの式の解として仮に、 $\tilde{u} = \check{u}(y) \exp\{i(kx - \sigma t)\}$ 、 $\check{\phi} = \check{\phi}(y) \exp\{i(kx - \sigma t)\}$ と置いて代入すると、

$$\sigma \check{u}(y) = k \check{\phi}(y) \quad (5.2.18)$$

$$\beta y \check{u}(y) = -\frac{d}{dy} \check{\phi}(y) \quad (5.2.19)$$

$$\sigma \check{\phi}(y) = ghk \check{u}(y) \quad (5.2.20)$$

となる。式(5.2.18)と式(5.2.20)から、分散関係はただちに $\sigma = \pm k\sqrt{gh}$ であり、この波は等価深度 h の重力波の位相速度を持つことが分かる。この関係式と、式(5.2.18)と式(5.2.19)から、

$$\frac{d}{dy} \check{u}(y) = \mp y \frac{\beta}{\sqrt{gh}} \check{u}(y)$$

なので、

$$\check{u}(y) = u_0 \exp\left(\mp \frac{\beta}{2\sqrt{gh}} y^2\right)$$

となるが、 y が大きくなったら発散する解は物理的に許されないので、結局、

$$\sigma = k\sqrt{gh}, \quad \check{u}(y) = u_0 \exp\left(-\frac{\beta}{2\sqrt{gh}} y^2\right) = u_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{le^2}\right), \quad \check{\phi}(y) = \sqrt{gh} u_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{le^2}\right)$$

が得られる。この波は、

重力波の位相速度 \sqrt{gh} で東進し、分散性がない(位相速度が波数によらない)。

赤道で最も振幅が大きく、赤道対称で、 $y = \pm\sqrt{2}le$ で振幅が赤道の $\exp(-1)$ 倍となる。

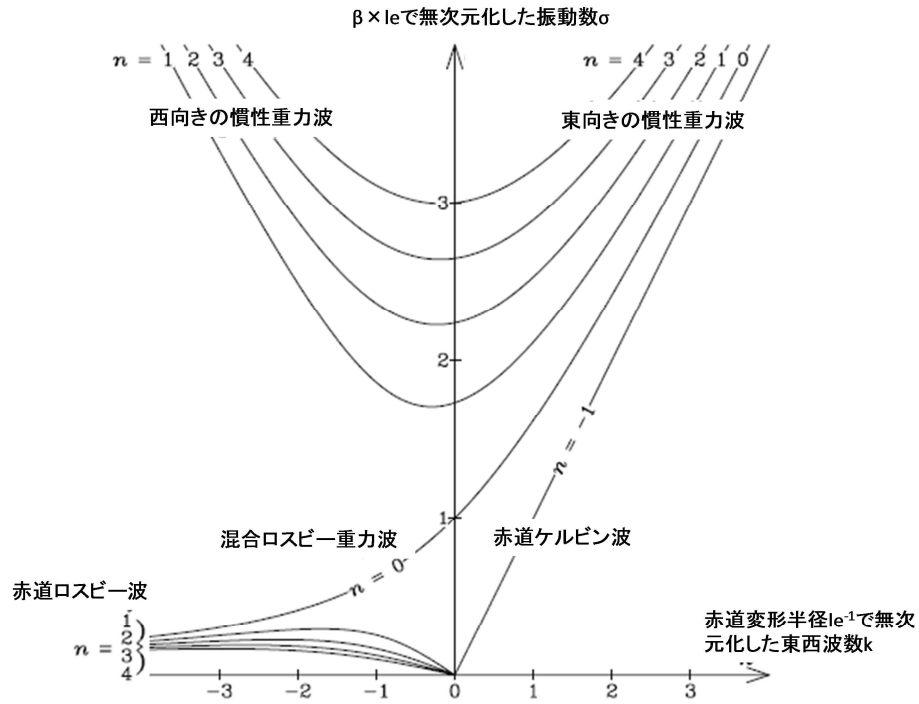
南北風は0だが、東西風とジオポテンシャルとの関係は地衡風的である。

といった特徴がある。北(南)半球の海洋では岸を右(左)手に見て動く「ケルビン波」と呼ばれる波の存在が知られているが、ここで示した波は、コリオリパラメータ f が0となる赤道を岸として、北半球では岸を右手に見て、南半球では左手に見て動く「赤道ケルビン波」と呼ばれているものである。前述した赤道ロスビー波と同じ条件の、等価深度 $h=240\text{m}$ で水平波数 $k = \frac{1}{\text{地球半径}} = \frac{1}{6.37 \times 10^6 \text{m}}$ の赤道ケルビン波の周期は概算で

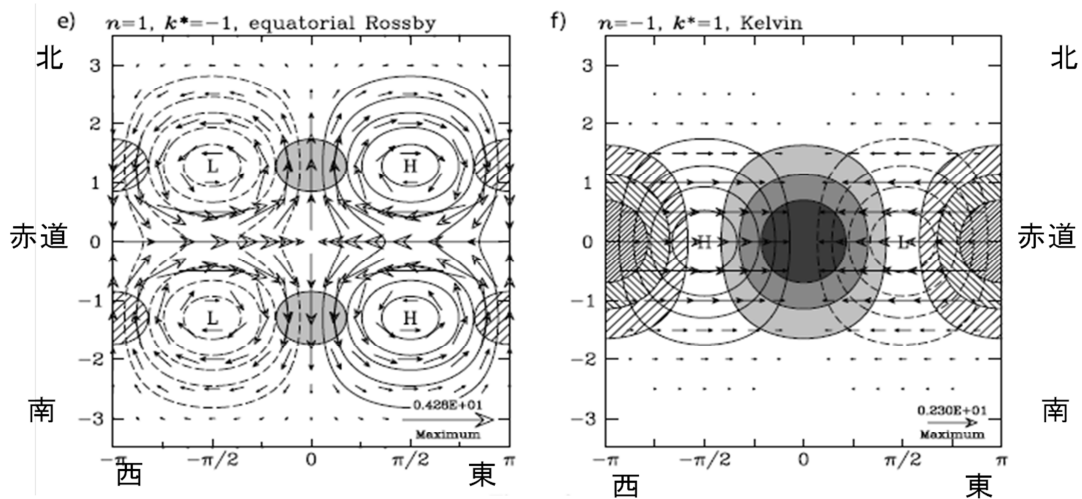
10日、位相速度は 50m/s である。このように時間スケールの長い赤道ケルビン波は、赤道ロスビー波と並んで、季節予報にとって重要な波である。

第5.2.1図には、これらの赤道波の分散関係の曲線を示す。横軸に無次元化した東西波数 k^* 、縦軸に無次元化した振動数 σ^* をとって、東西波数によって振動数がどう変わるか示したものである。等価深度 $h=240\text{m}$ の場合、縦軸の1は周期2日、0.1は20日程度、横軸の1は波長 $9,000\text{km}$ 、0.5は $18,000\text{km}$ 程度になる。これらのことと第5.2.1図から、季節予報の時間スケールでは、図の下の方の赤道ロスビー波と地球規模程度に波長の長い赤道ケルビン波が主な対象となることが分かるであろう。

$n=1$ の赤道ロスビー波と赤道ケルビン波の水平構造を第5.2.2図に示す。 $n=1$ の赤道ロスビー波は赤道から赤道変形半径程度(図の縦軸 $y = \pm 1$ あたり)離れた緯度にジオポテンシャルのピークを持つ赤道を挟む南北対称の分布をしており、ジオポテンシャルと風は赤道のごく近くを除き地衡風的な関係がある。東西風は赤道で最も強い。一方、赤道ケルビン波は、前述したとおり赤道にジオポテンシャルと東西風のピークがあり、ジオポテンシャルと東西風は地衡風的な関係がある。もちろん南北風は0である。高気圧の東にジオポテンシャルと同じ構造をした収束域があるが、この収束によって水面が上がり(ジオポテンシャルが大きくなり)、結果として高気圧が東に進む、すなわち赤道ケルビン波が東進することが分かる。なお、ここには示さないが、 $n=2$ の赤道ロスビー波は、ジオポテンシャルが赤道を挟んで南北反対称で風はそれと地衡風的な関係にあるが、赤道にはジオポテンシャルと対応のない循環がある。



第 5.2.1 図 赤道波の分散関係を示す曲線(n=4)まで
 縦軸はコリオリ振動数 $\beta \times 1e$ で無次元化した振動数 σ 。等価深度 h が 240m の場合、1 は周期約 2 日に対応する。横軸は、赤道変形半径の逆数 $1/e$ で無次元化した東西波数 k で、正は東進、負は西進する波。等価深度 h が 240m の場合、1 は波長約 9,000km に対応する。Kiladis et al. (2009) の figure.2 に加筆。



第 5.2.2 図 $n=1$ の赤道ロスビー波 (左) と赤道ケルビン波 (右) の水平構造
 無次元化した東西波数 $k=1$ の波。横軸は位相で 1 波長分。影やハッチのない等値線はジオポテンシャルで実線は正、波線は負。ハッチは発散、影は収束、矢印は水平風。すべて無次元化してある。Kiladis et al. (2009) の figure.3 に加筆。

5.2.3 定常加熱に対する松野-ギル応答

ここまでは、非断熱加熱のない場合の赤道波について説明してきたが、本項では、赤道付近の対流圏中層を中心に定常な非断熱加熱があった場合に、十分時間がたった後の熱帯大気の定常応答について説明する。熱帯の平年の循環やエルニーニョ現象に関わる循環などを力学的に理解する上で重要な松野 - ギル応答である。

式(5.2.7) ~ 式(5.2.9)に摩擦と非断熱加熱を加え、定常状態を考えるので時間変化項を 0 と置くと、

$$-\beta y \tilde{v} = -\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x} - \frac{\tilde{u}}{\tau} \quad (5.2.21)$$

$$\beta y \tilde{u} = -\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial y} - \frac{\tilde{v}}{\tau} \quad (5.2.22)$$

$$gh \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) = -\frac{\tilde{\Phi}}{\tau} - Q \quad (5.2.23)$$

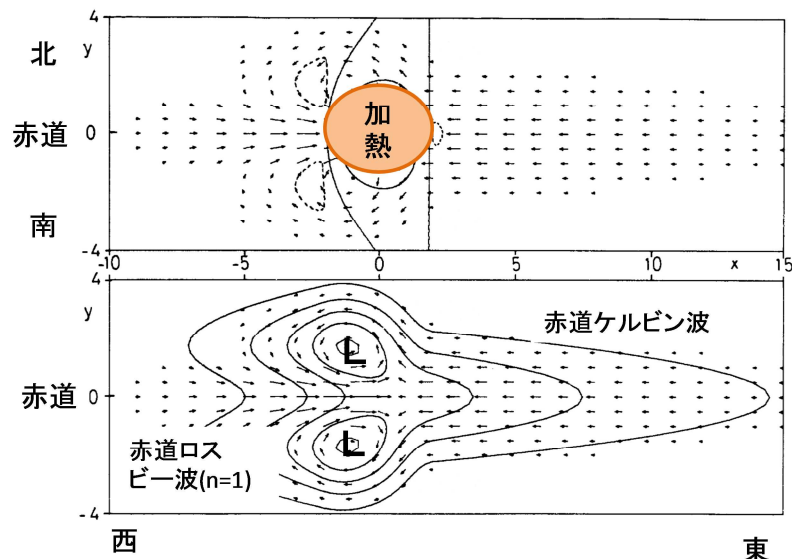
となる。ここで、 τ はレイリー摩擦あるいはニュートン冷却と呼ばれる過程による応答の減衰の強さを表す係数で、境界層での摩擦や長波放射による冷却などを最も簡単に表したものである。 Q は非断熱加熱に関わる量で、 Q が正の加熱は収束、負の冷却は発散に対応する。

Gill(1980)はこの方程式系に基づいて、赤道上の対流圏中層を中心に孤立した熱源 Q ;

$$Q(x, y) = Q_0 F(x) \exp\left(-\frac{\beta}{2\sqrt{gh}} y^2\right) = Q_0 F(x) \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{le^2}\right)$$

$$F(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}le} x\right) & |x| < \sqrt{2}le \\ 0 & |x| \geq \sqrt{2}le \end{cases}$$

を置いた場合の応答を調べた。対流圏の中層における加熱に対する、対流圏で半波長分の鉛直構造を持った（すなわち下層と上層で逆の符号の）応答を考えよう、ということである。第5.2.3図には、 $\tau = \frac{10}{(2\beta\sqrt{gh})^{\frac{1}{2}}}$ (等



第 5.2.3 図 赤道域に孤立した非断熱加熱（上）を置いた場合の対流圏下層の大気の定常応答（下）

下の実線はジオポテンシャルを表し、値は全て負である。矢印は大気の定常応答における水平風を表し、2つの図とも同じものを描画している。対流圏中層を中心に非断熱加熱（例えば、大規模な積雲対流群による凝結加熱など）があった場合の対流圏下層の応答に対応する。東西・南北ともに、赤道変形半径 le を 2 の平方根で割った値で無次元化してある。Gill(1980)の figure 1 に加筆した。

等価深度 $h=240\text{m}$ の場合には、2～3日程度で $\exp(-1)$ となる減衰の時定数)とした場合の定常応答(ジオポテンシャルと水平風)を示す。対流圏下層の応答を見ている(上層はこの逆符号)。加熱域の東には、ジオポテンシャル・東西風ともに赤道に沿って最も振幅が大きく、赤道から離れるに従って南北対称に小さくなっており、南北風が0の応答が見られる。これは、加熱によって強制された赤道ケルビン波である。一方、加熱域の西には、赤道から離れた緯度に南北対称に低気圧とそれに対応する地衡風の循環が見られる。これは、 $n=1$ の赤道ロスビー波に対応している。この図に見られる定常強制に対する定常応答を松野 - ギル応答と呼ぶ。

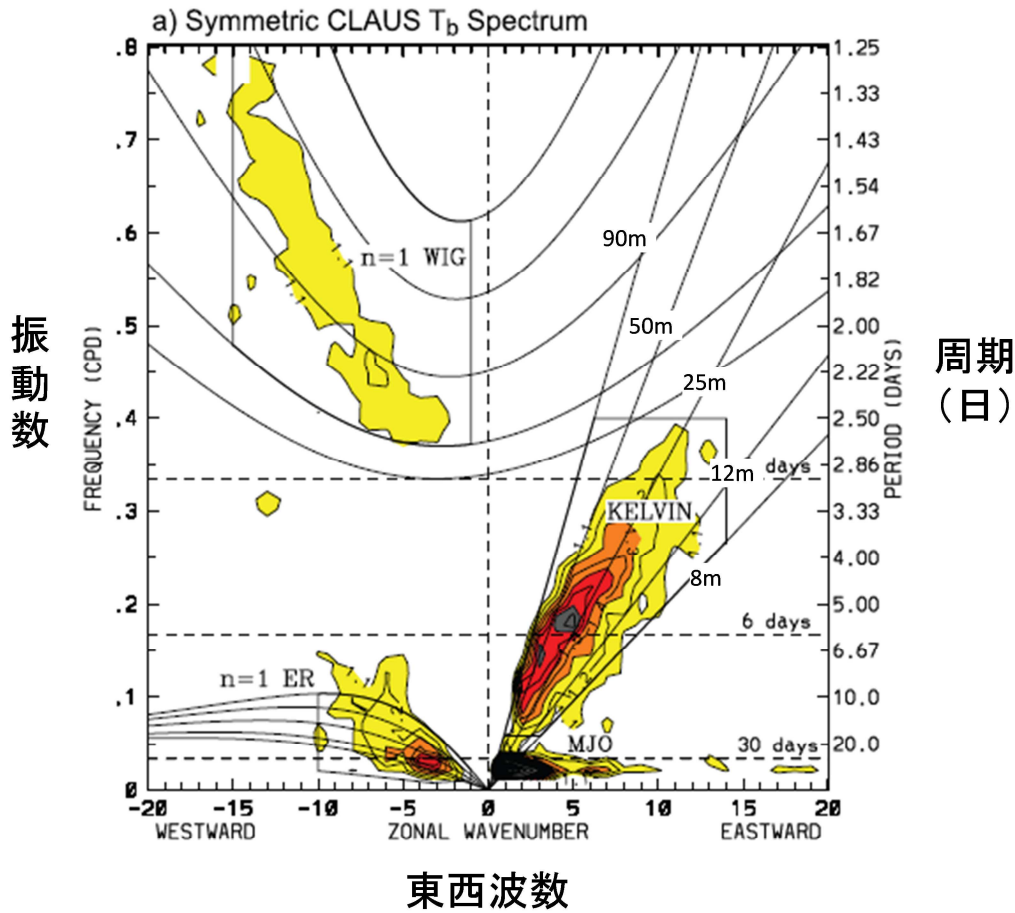
定常強制に対する応答なので、東西方向には、振動数の小さな、すなわち、東西波数が小さな(波長の長い)応答が「共鳴」的に卓越している。応答の東西方向の長さは減衰の時定数 τ に依存し、 τ が大きく減衰がゆっくりならば、東西方向により伸びた応答となる。また、加熱域の東側と西側の東西方向の長さの違いは、赤道ケルビン波と $n=1$ の赤道ロスビー波の位相速度の違いのためである。赤道ケルビン波に対応する東側の応答の方がほぼ3倍長い。なお、図では東西南北方向ともに赤道変形半径 le を2の平方根で割った値で無次元化してある。このため、例えば、等価深度 $h=240\text{m}$ の場合には le は $1,500\text{km}$ 程度なので、図の $y=1$ や $x=1$ は緯度にして10度程度に値する。この図では、南北方向には $40^\circ\text{S} \sim 40^\circ\text{N}$ 、東西方向には経度にして250度分が描画してあると思えばよい。また、この等価深度の赤道ケルビン波の位相速度は 50m/s 程度なので、1日につき $4,000\text{km}$ 程度東進する。一方、ここでは前述したとおり振幅が $\exp(-1)$ となる時定数 τ は2～3日である。これらのことは、加熱の中心から $10,000\text{km}$ 程度東に離れたあたりの振幅が加熱域のその $\exp(-1)$ となる、ということの意味している。

ここでは、赤道を中心とする加熱域を置いたが、赤道から離れた緯度に置くと応答も異なって来て、加熱域の西側では赤道反対称の $n=2$ の赤道ロスビー波が卓越することもある。定常強制に対して、振動数の小さい赤道波の重ね合わせとして応答が現れるのであるが、それぞれの赤道波の重みは加熱の水平構造に対応する、ということである。一方、加熱域の東側では、振動数が小さい赤道波は赤道ケルビン波しかないので、定常強制に対する定常応答としてはそれだけが卓越する。

5.2.4 現実大気の赤道波

これまで、静止大気の回りに線形化した赤道 β 平面近似に基づいて赤道波の特性について議論してきたが、現実にはそのような波はあるのだろうか? 現実の大気の解析結果(Wheeler and Kiladis(1999)など)によれば、ここで紹介した分散関係を満たす赤道波は頻繁に解析されるが、等価深度 h はこれまで使ってきた「 240m 」と同程度の 200m を中心とするものと、それよりはかなり浅い「 25m 」を中心とするものがある。このうち前者は、第5.2.3項で紹介した対流圏で鉛直に半波長程度の赤道波に対応するものである。一方、後者は、対流と結合した赤道波に対応している。対流活動を伴うことや周期が長いことから、直接的には後者の方が季節予報にとってより重要である。

赤道域は対流不安定であり水蒸気が豊富なので、上昇流のある赤道波は積雲対流を伴う。第5.2.4図(第2.4.11図の再掲)は、赤道域の積雲対流の指標である衛星の輝度温度の波数 - 振動数パワースペクトルを示す(赤道対称成分のみ)。輝度温度を見ることで、積雲対流と結合した赤道波を抽出している。1983～2005年の23年間のデータについて $15^\circ\text{S} \sim 15^\circ\text{N}$ で平均したもので、赤色ノイズのパワースペクトルとの比が描いてあり、信号が95%以上の信頼度で対流活動の変動が有意な領域に影が付けてある。南北対称成分のみ表示してある。補助線として、等価深度8、12、25、50と90mの赤道ケルビン波、 $n=1$ の赤道ロスビー波、 $n=1$ の慣性重力波の分散曲線が描かれているが、この図の波数 - 振動数空間内のうち周期3日以上に絞ると、変動が有意な領域が3つ見られる。1つは、図の中央下から右上に伸びる細長い領域である。赤道ケルビン波の分散



第 5.2.4 図 衛星から測った輝度温度の波数 - 振動数パワースペクトル (第 2.4.11 図の再掲)

赤道での東西波数が横軸、振動数が縦軸である。東西波数が正は東向き、負は西向きに異動する変動に対応。1983 年 7 月 ~ 2005 年 6 月の 23 年間のデータについて緯度毎に南北対称成分のパワースペクトルを求め、 $15^{\circ}\text{S} \sim 15^{\circ}\text{N}$ で平均したもの。赤色ノイズのパワースペクトルとの比が記述しており、等値線間隔は 0.1 で、95%以上の信頼度で対流活動の変動が有意な領域 (1.1 以上) を記載。図中の曲線は、等価深度 8、12、25、50 及び 90m について、静止大気の浅水方程式から求められる赤道ケルビン波、 $n=1$ の赤道ロスビー波、 $n=1$ の慣性重力波の分散曲線である。Kiladis et al. (2009) の figure 1 に加筆。

曲線 (赤道ケルビン波は分散性がないので直線だが) に沿っていることから分かるとおり、その波が関係している東向きに進む対流活動である。これは積雲対流と結合した赤道ケルビン波である (Kiladis et al. 2009)。そのうち季節予報に関係の深い周期の長いもの、すなわち波長の長いものは等価深度 25m (= 位相速度が約 15m/s) の分散曲線に沿った変動の振幅が最も大きい。2 つ目は、図の中央下から緩やかに左上に伸びる領域である。 $n=1$ の赤道ロスビー波の分散曲線に沿っていることから分かるとおり、その波が関係する西向きに進む対流活動である (積雲対流と結合した赤道ロスビー波)。そのピークは東西波数 3 ~ 4 で、やはり等価深度 25m ぐらいの分散曲線に沿った変動の振幅が最も大きい。3 つ目のピークが、図の中央下からやや右の塊りである。周期が 30 日を超え、東西波数 1 で東進するものが中心である。赤道ケルビン波や赤道ロスビー波の分散曲線とは分布が異なった 3 つ目のピークであり、第 2.4.2 項で説明したマッデン・ジュリアン振動 (MJO) に対応するものである。

積雲対流と結合した赤道波の等価深度はなぜこんなに浅いのだろうか？ 鍵は、積雲対流に伴う凝結加熱にある。式 (5.2.4) の熱力学の方程式に、積雲対流に伴う凝結加熱 Q を加えると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + N^2 w = Q \quad (5.2.24)$$

となる。ここで、凝結加熱は上昇流と比例する、すなわち、 $Q = \alpha w N^2$ と仮定すると、式(5.2.24)は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + (1 - \alpha) N^2 w = 0 \quad (5.2.25)$$

と変形できる。これを式(5.2.24)と比較すると、凝結加熱が静的安定度 N を $(1 - \alpha)^{\frac{1}{2}}$ の比率だけ小さく(不安定化)していることに相当する。等価深度 h は $h = \frac{N^2}{g(m^2 + \frac{1}{4H^2})}$ なので、このことは、 h を $(1 - \alpha)$ 倍にしていること

に相当する。解析では、前述したとおり対流と結合していない赤道波の等価深度 $h=200\text{m}$ 、結合した場合 $h=25\text{m}$ の波が卓越しているので、 $\alpha \approx 0.9$ ならばこの効果で説明できる。このことは、凝結加熱 Q の多くの部分が上昇流による断熱冷却とバランスするならば成り立つことを意味している。 α の正確な数字は別として、熱帯域では実際にそのようなバランスが成り立っている(Kiladis et al. 2009)。なお、 $(1 - \alpha)^{\frac{1}{2}}N$ を「実効静的安定度」(effective static stability)と呼ぶことがある。ただし、この効果以外に、「擾乱の鉛直構造が第1傾圧モードよりも浅い構造をしていれば等価深度も浅くなる」など、「実効静的安定度」を考えれば全ての問題が片付くといった単純な話ではないことに注意が必要である。

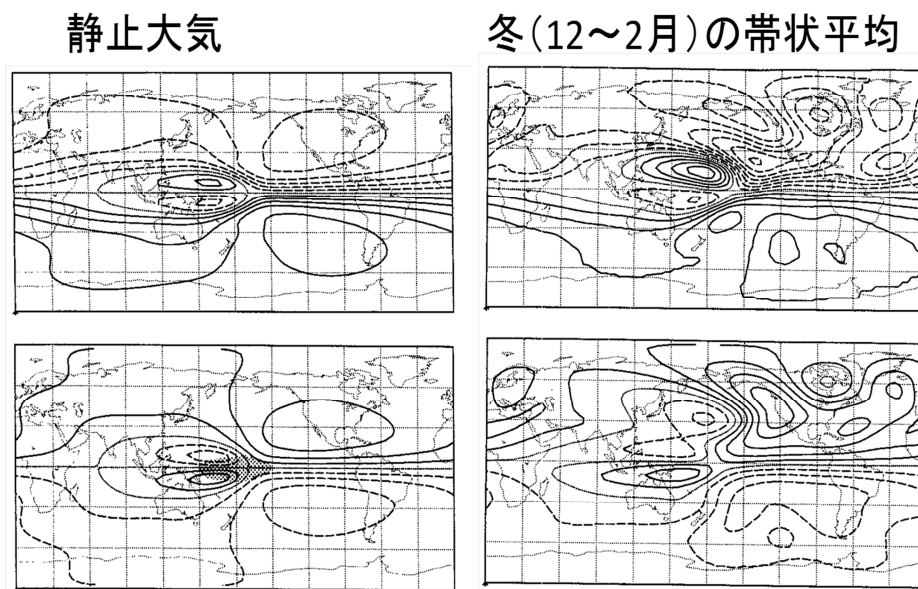
5.3 熱帯大気と中・高緯度大気との関係

第 5.1 節では準地衡風近似に基づき中・高緯度の大規模な大気循環の性質について、一方、第 5.2 節では赤道 β 平面近似に基づき熱帯域の大規模な大気循環の性質について述べた。では、両者はどのように関係するのだろうか？ 本節では、季節予報を作成する上で重要な、熱帯から中・高緯度大気への影響のうち、中・高緯度に見られる対流圏上層で最も振幅が大きい等価順圧⁷な構造をした擾乱への影響について説明する。

5.3.1 熱帯の熱源に対する直接的な応答

季節予報で扱う大規模な大気循環の特質は、熱帯と中・高緯度では大きく異なる。その要因の 1 つは、熱帯と中・高緯度における地球の回転の影響の違い、すなわちコリオリ因子 f の大きさの違いである。第 5.1 節で述べたように、 f が大きな中・高緯度では、擾乱の回転成分が強く、かつ、鉛直方向のつながりが強くて等価順圧（圏界面付近で最も振幅の大きい）な構造をしていることが多い。一方、第 5.2 節で述べたように f が小さな熱帯域の大規模な擾乱は発散成分が強く、かつ鉛直方向のつながりが弱く対流圏中層を節とする傾圧構造（第 1 傾圧モード）をしていることが多い。このため、熱帯大気の中・高緯度大気への影響を考える上では、熱帯域における発散及び第 1 傾圧モードの擾乱と、回転成分主体で熱帯とは異なる等価順圧な鉛直構造をした中緯度の擾乱が、どう関係するかを考えることが重要となる。

Jin and Hoskins(1995)は、全球プリミティブモデルを用いて、熱帯域の定常な加熱（積雲対流による加熱を想定し、対流圏中層を最大とする）に対する全球大気の応答を時間発展的に調べた。第 5.3.1 図は、日付変更線の赤道を中心とする東西に伸びた楕円形の加熱を与えてから 15 日後の応答である。左図にあるように、基本場が静止大気の場合には、加熱の北西側と南西側の上層に高気圧性循環、下層に低気圧性循環の対（赤道ロスビー波）、加熱の東側は赤道に沿って下層東風、上層西風（赤道ケルビン波）と第 5.2.3 図で示した松野 - ギル応答が熱帯域に見られる（第 5.2.3 図は海面気圧で第 5.3.1 図は流線関数なので違ったよう



第 5.3.1 図 熱帯の定常な凝結加熱に対する応答

日付変更線の赤道を中心とする楕円型の加熱（左下図の陰。加熱の鉛直方向の中心は 400hPa 付近で、加熱率は 5K/day）を与えて 15 日目の流線関数。上：対流圏上層の約 250hPa（等値線間隔は $10 \times 10^6 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ）、下：対流圏下層の約 780hPa（等値線間隔は $5 \times 10^6 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ）。左の基本場は静止大気、右の基本場は冬（12～2月）の帯状平均場。Jin and Hoskins (1995) の Fig.2 と Fig.5 から図を選択して加筆。

⁷ 鉛直方向に位相は変わらないが振幅が異なる鉛直構造を等価順圧と呼ぶ。

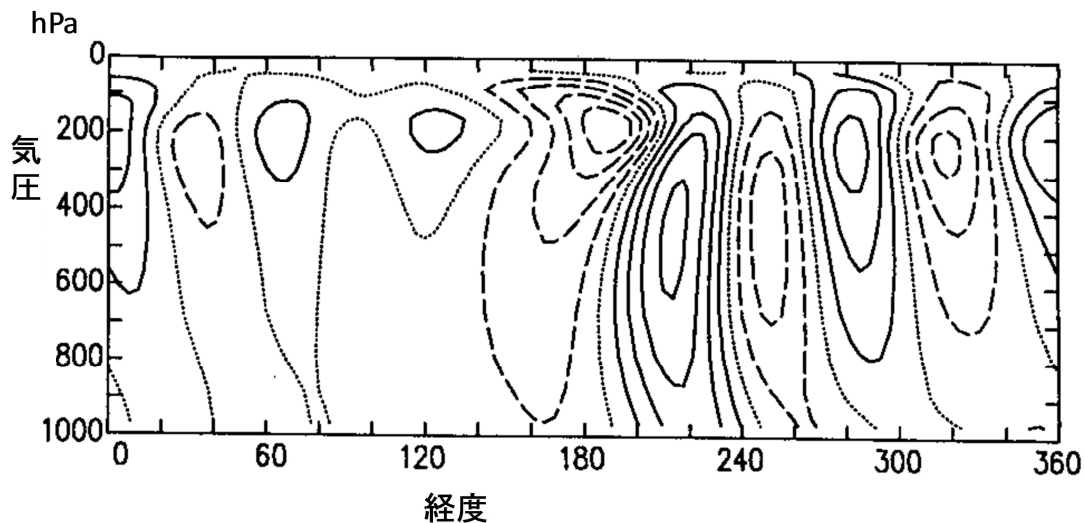
に見えるが応答の本質は同じである)。中緯度にはこれといった応答が見られず、静止大気では応答は熱帯に閉じることが分かる。

一方、冬の帯状平均を基本場とする(右図)と、熱帯域の応答は左図の静止大気の場合と似ているものの、北半球側の中・高緯度では全く異なっており、北東に伸びる波列状の応答が見られる。下層と上層の応答を比較すると、中・高緯度では上層で振幅の大きい等価順圧の構造となっている。第 5.3.2 図からも日付変更線から東での等価順圧構造が確認できる。帯状平均を基本場とすることによって、静止大気を基本場とするのと違い、熱帯の定常加熱によって中・高緯度に等価順圧の構造をした定常ロスビー波が強制された、ということである。これは、

熱帯で強制された第 1 傾圧モードの赤道ロスビー波の一部が、基本場の鉛直シアの影響を受けて中・高緯度で存在できる順圧的な定常ロスビー波に変換される。

西風が吹いているので中・高緯度に定常ロスビー波が存在しうる。

ことから理解できる。また、亜熱帯ジェット気流の存在により基本場の絶対渦度の南北勾配が強いため、熱帯域における加熱に伴う上層の北向きの発散風によって、低緯度側の小さな絶対渦度が効果的に亜熱帯域に移流され、それによって中・高緯度のロスビー波が強制されることも影響している。なお、南半球側の中・高緯度での応答が小さいことから、熱帯域における加熱の影響は、冬半球側でより受けやすいことが分かる。これは冬半球側の方が亜熱帯ジェット気流が赤道に近いためである。



第 5.3.2 図 熱帯の定常な凝結加熱に対する応答

加熱と基本場は第 5.3.1 図の右図と同じで、日付変更線の赤道を中心とする楕円型の加熱、基本場は冬(12~2月)の帯状平均場。時間積分開始後 15 日目の 32°N の南北風の経度高度断面図。等値線間隔は 0.3m/s で実線は正(南風)、点線が 0、破線が負(北風)。Jin and Hoskins(1995)の Fig.7 に加筆。

5.3.2 ロスビー波ソース

本節の最後に、Saradeshmukh and Hoskins(1988)にならって熱帯の加熱に伴う発散風による対流圏上層のロスビー波の生成について、単純な発散順圧方程式に基づいて説明する。

水平風は発散成分と回転成分に分けることができ(ヘルムホルツの定理)、スカラー量である流線関数 ψ と速度ポテンシャル χ とを使うと、回転成分 v_ψ と発散成分 v_χ は、

$$\mathbf{v}_\psi = \mathbf{k} \times \nabla\psi, \quad \mathbf{v}_\chi = \nabla\chi \quad (5.3.1)$$

と書ける。ここで \mathbf{k} は鉛直方向の単位ベクトルである。回転風は流線関数の小さい方を左に見て流線関数に沿って吹き、発散風は速度ポテンシャルの小さい方から大きい方に向かって速度ポテンシャルと直交した向きに吹く。水平風を東西風 u 、南北風 v という 2 変数で表現するよりも、速度ポテンシャル χ と流線関数 ψ で表現した方が、発散風によるロスビー波、すなわち回転風の生成がわかりやすい。なお、短期予報で良く使う相対渦度 ξ 、発散 D と速度ポテンシャル χ 、流線関数 ψ とは、

$$\xi = \nabla^2 \psi, \quad D = \nabla^2 \chi \quad (5.3.2)$$

の関係がある。この式から分かるとおり、渦度や発散は流線関数や速度ポテンシャルのラプラシアンなので空間パターンが細かいため、季節予報で対象とする大規模な循環を把握するには、流線関数や速度ポテンシャルの方がより適している。

このように分けると、発散順圧渦度方程式は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_\psi \cdot \nabla \right) \zeta = -\zeta \nabla^2 \chi - \mathbf{v}_\chi \cdot \nabla \zeta \quad (5.3.3)$$

と書ける。ここで ζ は、 $\zeta = \xi + f$ で絶対渦度である。対流圏上層を考えているので摩擦は小さいとして無視した。ここで、速度ポテンシャルで表される発散風に関する項は、発散風による渦度移流項も含めて全てロスビー波の強制と考えて右辺に持って来た。右辺は、ロスビー波ソース；

$$S = -\zeta \nabla^2 \chi - \mathbf{v}_\chi \cdot \nabla \zeta \quad (5.3.4)$$

と呼ばれている (Sardeshmukh and Hoskins 1988)。これは、 $S = -\zeta \nabla^2 \chi - \mathbf{v}_\chi \cdot \nabla \zeta = -\nabla \cdot (\mathbf{v}_\chi \zeta)$ とまとめられる。式(5.3.4)のロスビー波ソース S の 1 つ目の項は、発散や収束による渦管の伸縮に関する項であり第 5.1 節でも説明した。発散ならば高気圧性の渦、収束ならば低気圧性の渦を作るといったことで分かりやすい。ただし、赤道では絶対渦度 ζ が小さい (f が 0 なので) のでこの項も小さい。2 つ目の項は、発散風による絶対渦度の移流項である。亜熱帯ジェット気流の南側では絶対渦度の傾きが大きいので、熱帯の対流活動に伴う発散風が効果的に小さい絶対渦度を北向きに移流し、高気圧性の渦を作る。第 2.4.4 図のポンチ絵で説明したのはこの項の効果である。この項があるので、熱帯での対流活動に伴う発散風がその中心から離れた中・高緯度に渦、すなわちロスビー波を効果的に強制することができる。式(5.3.3)を基本場 (平年値など) のまわりに線形化した場合には、 S の偏差である S' は、

$$\begin{aligned} S' &= -\nabla \cdot (\mathbf{v}_\chi' \bar{\zeta}) - \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}_\chi \zeta') \\ &= -\mathbf{v}_\chi' \cdot \nabla \bar{\zeta} - \bar{\mathbf{v}}_\chi \cdot \nabla \zeta' - \zeta' \nabla^2 \bar{\chi} - \bar{\zeta} \nabla^2 \chi' \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

となる。ここで、 $\bar{\quad}$ は基本場、 $'$ は偏差を表す。季節予報でよく扱う、熱帯の対流活動の偏差に対する応答を考える上では、式(5.3.5)の右辺のうちの第 1 項と第 4 項が、すなわち発散風の偏差が関わる項が重要となる。

参考文献

- 尾瀬智昭, 2004: 気候の変動を理解するための基礎知識. 平成 16 年度季節予報研修テキスト, 気象庁気候・海洋気象部, 2-30.
- 岸保勲三郎, 佐藤信夫, 1986: 新しい気象力学. 東京堂出版, 204pp.
- 木本昌秀, 1993: プロッキング現象. 気象研究ノート「気象のソリトン・モドン - 気象現象中の孤立波(下)」第 3 部第 1 章, 179, 319-367.
- 栗原宜夫, 1979: 大気力学入門. 岩波全書, 244pp.
- 二階堂義信, 1986a: Q-map(等温位面上で解析された渦位分布図)-その 1 Q-map の原理-. 天気, **33**, 289-299.
- 二階堂義信, 1986b: Q-map(等温位面上で解析された渦位分布図)-その 2 Q-map の実際-. 天気, **33**, 300-331.
- 松野太郎, 1981: 大気の波動とそれに伴う現象. 大気科学講座第 3 巻「成層圏と中間圏の大気」, 東京大学出版会, 168-255.
- Gill, A. E., 1980: Some simple solutions for heat-induced tropical circulation. *Quart. J. R. Meteor. Soc.*, **106**,

447-462.

- Held, I. M., 1983: Stationary and quasi-stationary eddies in the extratropical troposphere :theory. Chapter 6 in *Large-scale dynamical processes in the atmosphere*, Academic press, pp.127-168.
- Hoskins, B. J. and T. Ambrizzi, 1993: Rossby wave propagation on a realistic longitudinally varying flow. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1661-1671.
- James, I. N., 1994: Introduction to circulating atmospheres. Cambridge University Press, 424pp.
- Jin, F. and B. J. Hoskins, 1995: The direct response to tropical heating in a baroclinic atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 307-319.
- Kiladis, G. N., M. C. Wheeler, P. T. Haertel, K. H. Straub, and P. E. Roundy, 2009: Convectively coupled equatorial waves. *Rev. Geophys.*, **47**, RG2003, doi:10.1029/2008RG000266.
- Matsuno, T., 1966: Quasi-geostrophic motions in the equatorial area. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **44**, 24-43.
- Sampe, T. and S. -P. Xie., 2010: Large-Scale Dynamics of the Meiyu-Baiu Rainband: Environmental Forcing by the Westerly Jet. *Journal of Climate*, **23**, 113-134.
- Sardeshmukh, P. D. and B. J. Hoskins, 1988: The generation of global rotational flow by steady idealized tropical divergence. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1228-1251.
- Takaya, K. and H. Nakamura, 2001: A formation of a phase-independent wave-activity flux for stationary and migratory quasigeostrophic eddies on a zonallyvarying basic flow. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 608-627.
- Tanaka, D., T. Iwasaki, S. Uno, M. Ujiie, and K. Miyazaki, 2004: Eliassen-Palm Flux diagnosis based on isentropic representation. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 2370-2383.
- Wheeler, M. and G. N. Kiladis, 1999: Convectively coupled equatorial waves: Analysis of clouds and temperature in the wave-frequency domain. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 374-399.