験震時報（2021）
第 84 巻：2

短報（LETTER）

非因果的地震波形を除去するディジタルフィルタ

A Digital Filter for Correction of Acausal Seismic Precursory Phase

渋谷大樹[1]

Hiroki SHIBUYA[1]

(Received November 8, 2018: Accepted February 2, 2021)

1　はじめに

私たちが検測の対象としているディジタル地震波形データには，地震動以外の信号も多く含まれている．その中にはアナログ波形データでは見られないディジタル波形データ特有の信号もあり，地震計出力電圧の A/D 変換に伴って現れる非因果的な信号はその代表例に挙げられる．この信号は地震波の到達直前の時刻に出現し，いわゆる「しみだし」波形として初動の立ち上りを不明瞭にしてしまう．地震波の到達時刻や初動の極性は地震解析の上で基礎的な情報となるが，この非因果的信号は正確な初動の読み取りの妨げとなり検測誤差の大きな要因となる．自動検測においてもこの非因果的信号を初動として誤検知することも多い．

非因果的信号は，ディジタイザ内部のサンプリング周波数を落とすデシメーション処理において，非因果的信号を伴う線形位相特性のフィルタ（アンチエイリアスフィルタ，ローパスフィルタ）が用いられていることに起因している．このデシメーションフィルタが最小位相特性であれば，出力に非因果的信号を伴うことはないため，このような誤差や誤検知は防ぐことができる．

Scherbaum (2001) はデシメーションに用いる FIR（Finite Impulse Response，有限インパルス応答）フィルタの係数が既知であれば，そのフィルタを最小位相型へと位相を補正する IIR（Infinite Impulse Response，無限インパルス応答）フィルタが設計可能であること，そしてこの位相補正フィルタを地震波形に適用すれば非因果的信号を除去できることを示している．しかしながらその位相補正フィルタの設計手順や利用方法には煩雑な点も多く，一般的に利用するのには課題も残る．

本報告では，気象庁一元化検測業務においてしばしば目にする非因果的信号を伴う地震波形について，上記の問題点を回避できるような位相補正ディジタルフィルタの構築を目的とした．本稿の構成として，まず第 2 節において非因果的信号の成因を確認した後，第 3 節において従来の Scherbaum (2001) による位相補正フィルタの設計手順と問題点を振り返る．その後，第 4 節ではフィルタの振幅特性のみから最小位相型フィルタを導く手法を用い，新たな位相補正フィルタの構築を試みる．第 5 節では新たに構築した位相補正フ

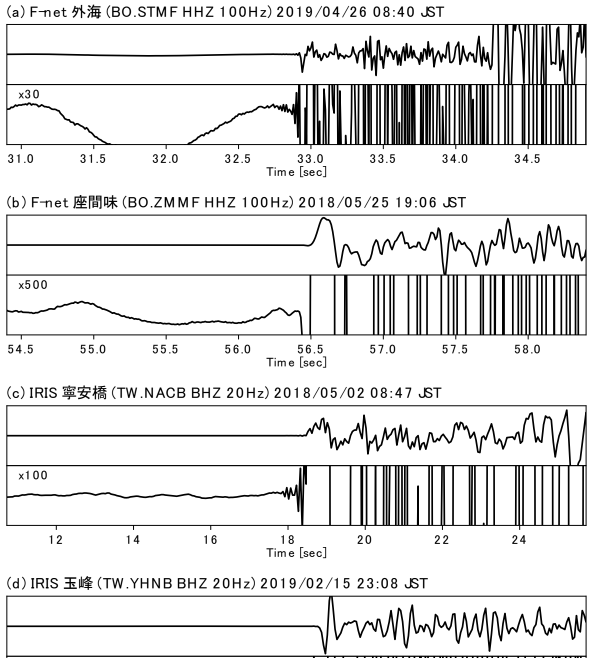

図 1　非因果的信号を伴った地震波形例

[1] 地震火山部地震津波監視課，Earthquake and Tsunami Observations Division, Seismology and Volcanology Department

ィルタを従来のものと比較を行い，最後の第 6 節では非因果的信号の除去によって自動検測の精度が改善される様子を確認する．

2　非因果的信号の成因

今日の地震波形収録装置における A/D 変換処理では，量子化ノイズの軽減と分解能の向上のため，オーバーサンプリングという手法が採られている．これは地震計のアナログ電圧出力値を非常に大きなサンプリングレート（数十 kHz）で標本化した後，数段階のデシメーション処理を経ながら所望のサンプリングレートまで周波数を落としていく手法である（Scherbaum，2001）．広帯域地震計においては解析対象となる周波数帯域が広いため，先述の各デシメーション処理では線形位相型 FIR フィルタが用いられている．線形特性のフィルタは位相歪を生じないものの，非因果的な信号を伴う性質を持っている．気象庁一元化検測業務では，広帯域地震計として防災科学技術研究所の広帯域地震観測網（F-net）の 100Hz 高感度上下動成分（HHZ），および米国大学間地震学研究連合（IRIS）の観測点（台北，玉峰，寧安橋，玉里，台東）の広帯域地震観測網（BATS）の 20Hz 高感度上下動成分（BHZ）を利用しており，検測者はこれらの地震波形で非因果的信号を目にする機会が多い．

これらのチャンネルのデシメーション情報（レスポンス情報）は防災科学技術研究所 (2018) や IRIS (2018) の WEB サイトで SEED 形式（FDSN, IRIS, and USGS, 2018）で公開されており，デシメーションに用いられている FIR フィルタの係数も確認することができる．F-net 各観測点では全ての観測点で同じ FIR フィルタ係数が採用されているため，ここでは F-net 各観測点の地震波形を F-net 波形と呼ぶことにする．また，IRIS の台湾の各観測点（台北，玉峰，寧安橋，玉里，台東）では，IRIS と USGS が共同運営している GSN（Global Seismic Network）各観測点で標準的に利用されている FIR フィルタ係数と同じである．このため，これらの各観測点の地震波形をここでは IRIS 波形と呼ぶことにする．

非因果的信号を伴った F-net 波形，および IRIS 波形の代表的な例を図 1 に示す．非因果的信号は，地震波の到達直前に単調な高周波振動として現れるのが典型的なパターンであるが，中にはやや周期の長い信号が混ざる例も見受けられる．図 1(b) の波形例の様に非因果的信号が重畳していることすら認識が困難な場合もあり，地震波形と非因果的信号の識別は必ずしも容易なことではない．事実，井出・卜部 (1998) は，非因果的信号を補正していない地震波形で検測した気象庁の検測値は，補正済みの波形における検測値よりも系統的に早い傾向にあることを確認しており，検測者が非因果的信号を初動と誤認している可能性が高いことを指摘している．また，Scherbaum and Bouin (1997) は，FIR フィルタによる非因果的信号と初期破壊過程の位相とは見分けがつきにくいことも指し示している．このように非因果的信号を除去していない地震波形の検測は相の誤認を招きやすく，初動の読み取り誤差の大きな一要因となっている．

F-net および IRIS の地震波形について，実際に適用されている FIR フィルタの係数（インパルス応答）とその周波数応答を図 2 に示す．F-net は数段階あるデシメーション処理の内，最終段階の FIR フィルタ（係数長 151，デシメーションファクタ（出力サンプリングレートに対する入力サンプリングレートの比率）が 2 のフィルタを表示している．また IRIS は全てのデシメーションフィルタを累算した FIR フィルタ（係数長

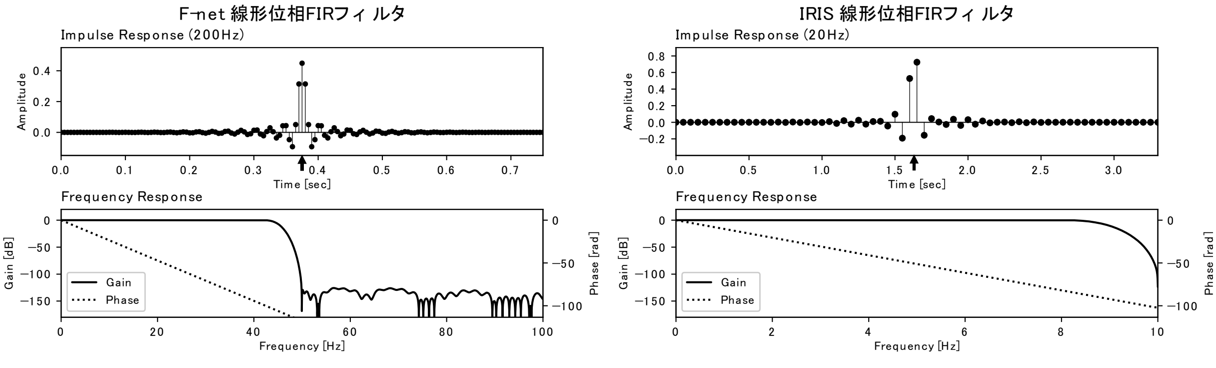

図 2　線形位相型デシメーションフィルタのインパルス応答と周波数応答．矢印はフィルタによる遅延の補正時間を示す．

67，デシメーションファクタ 1）を表示している．検測対象となる地震波の時系列を$y[n]$，デシメーション前の地震波の時系列を$x[n]$とすると，$x[n]$を FIR フィルタ係数$f[n]$で重み付き加算処理し（$x'[n]$），それを間引いたものが$y[n]$という関係になる．

$$x'[n] = \sum_{k=0}^{N-1} f[k]x[n-k] \quad (1)$$

$$y[n] = x'[nL]$$

ここで N は FIR フィルタの係数長，Lはデシメーションファクタである．また，デシメーション前の地震波形のサンプリング間隔を T，角周波数をωすると，FIR フィルタの周波数特性$F(\omega)$は FIR フィルタ係数$f[n]$の離散時間フーリエ変換となり，角周波数ωの連続関数として次式で算出される．ここでjは虚数単位を示している．

$$F(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f[n]e^{-j} \quad (2)$$

F-net, IRIS とも周波数位相応答の傾きは直線となっており（図 2），入力周波数に関わらず，一定の遅延時間が生じる線形位相特性を示している（一般に FIR 係数が左右対称であれば線形位相特性となるが，IRIS の FIR 係数は複数の線形位相フィルタを累算したものであるため，厳密な左右対称形とはなっていない）．このままではフィルタ出力後の地震波形に一定の遅延時間が生じるため，波形時刻から遅延時間を差し引く処理が後段に必要となる．結果，デシメーションフィルタは遅延が生じないゼロ位相特性となり，地震波形には遅延時間を及ぼさなくなるが，代償として因果律を満たさなくなる．線形位相フィルタの遅延時間を補正する操作は，FIR フィルタのインパルス応答のピーク時間（対称形の中心となる時間）を 0 となるよう時刻をシフトさせることに相当する．このため，インパルス応答は負の時間でも値を持つことになり，FIR フィルタの計算にはフィルタ出力時刻よりも未来時刻の地震波形が必要となる．特に急峻な立ち上りを伴う地震波形がその未来時刻に含まれる場合（つまり地震波の到達直前）には，その時刻のフィルタ出力値に大きく寄与することになり，非因果的な信号として顕在化する．一方，地震波の走時の読み取りに主眼が置かれている短周期地震計の波形においては，最小位相型のデシメーションフィルタが一般的に使われている．最小位相型フィルタは，周波数振幅特性が等しいフィルタの中で遅延が最小となる因果的なフィルタであり，入力周波数に応じて遅延時間が異なる位相歪が生じるものの非因果的信号は伴わない．

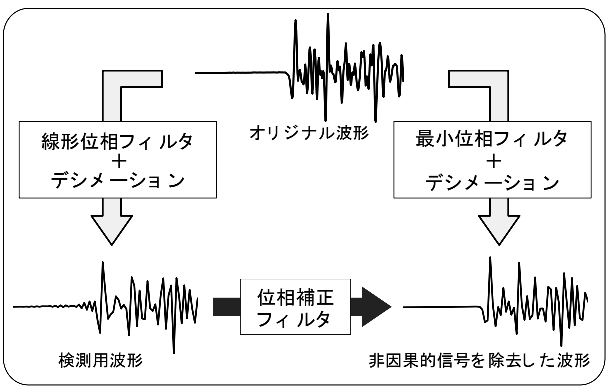

図 3　位相補正フィルタの概念図

線形位相フィルタと同一振幅特性を持つ最小位相フィルタは一義的に求められ，デシメーション前のオリジナルの地震波形が得られている場合，その最小位相フィルタを適用してデシメーションした後には非因果的信号を伴わない波形を出力できる（露木・他，2008）．しかしながら普段の一元化検測業務に供される地震波形は，すでに線形位相型フィルタが畳み込まれ，なおかつデシメーションされた後である．この波形から非因果的信号を除去するには，畳み込まれている線形位相特性を取り除いた上で最小位相特性を畳み込まなければならない．これは波形の位相特性のみを変化させる位相補正フィルタ（全域通過フィルタ）として図 3 のように表される．以下，この位相補正フィルタの作成について検討する．

3　位相補正 IIR フィルタの実装方法と問題点

Scherbaum (2001) は，線形位相 FIR フィルタの係数が既知であれば，最小位相型へと位相を補正する IIR フィルタが設計可能であること，またそれを観測された地震波形に適用して非因果信号を除去できることを示している．しかし，この手法では算出手順が煩雑となることや非因果信号を完全には除去しきれない場合があるなど，いくつか問題点がある．以下，Scherbaum (2001) に基づき，非因果信号の補正手順の

概略を示すとともに問題点を述べる.

まず，線形位相型のデシメーションフィルタ FIR 係列を$f[n]$とすると，伝達関数はそのz変換で表される.

$$F(z)=\mathcal{Z}\big[f[n]\big]=\sum_{n=0}^{N-1}f[n]z^{-n}$$

同様にデシメーション前の地震波の時系列$x[n]$，フィルタの出力系列$y[n]$のz変換をそれぞれ$X(z)$，$Y(z)$とし，線形位相フィルタによる遅延時間に対しての補正項をz^{lp}とすると，以下の式とで表すことができる.

$$Y(z)=F(z)\cdot X(z)\cdot z^{lp}$$

ここで線形位相特性の伝達関数$F(z)$は，一般に最小位相成分の伝達関数$F_{min}(z)$と最大位相成分の伝達関数$F_{max}(z)$の積で表すことができる.

$$Y(z)=F_{min}(z)\cdot F_{max}(z)\cdot X(z)\cdot z^{lp}$$

複素平面であるz平面において, $F(z)$の零点配置を考えると，$F_{min}(z)$は単位円内に位置する零点からなる多項式，F_{ma} (z)は単位円外の零点からなる多項式にそれぞれ相当する．伝達関数$F(z)$を最小位相特性とするためには，線形位相成分に含まれる最大位相成分$F_{max}(z)$の振幅特性を保ったまま，最小位相型の伝達関数$\mathcal{MinPhase}\{F_{max}(z)\}$へ置き換える必要がある．これは$F_{max}(z)$の零点を全て共役逆数に置き換え，$F_{max}(z)$と振幅スケールを等しくした伝達関数に相当する．結果的に$\mathcal{MinPhase}\{F_{max}(z)\}$は，$F_{max}(z)$各項の係数を逆順に並び替えたもの，つまり入力信号を時刻逆順にしたものとなる.

$$\mathcal{MinPhase}\{F_{max}(z)\}=F_{max}(1/z)$$

したがって位相補正後の出力を$Y'(z)$とすると

$$Y'(z)=\frac{1}{F_{max}(z)}\cdot F_{max}(1/z)\cdot Y(z)$$

となり，位相補正フィルタの伝達関数$F_{ap}(z)$は次式で表される.

$$F_{ap}(z)=\frac{1}{F_{max}(z)}\cdot F_{max}(1/z)$$

これはzの有理関数であるため, 形式上は IIR 型ディジタルフィルタとして差分方程式に展開できる．しかし，$F_{ap}(z)$の極（すなわち$F_{max}(z)$の零点）は全てz平面上単位円の外側にあるため，IIR フィルタの出力は発散することになり，実現は不可能である．ここで先ほどと同様に信号の入力時刻順を逆にして考えれば，上記の伝達関数の極は全て単位円内へ配置されることになるため，IIR フィルタの出力は安定にすることができる.

$$\begin{aligned}Y'(1/z)&=F_{ap}(1/z)\cdot Y(1/z)\\&=\frac{1}{F_{max}(1/z)}\cdot F_{max}(z)\cdot Y(1/z)\end{aligned}$$

よって，時刻を逆順させた地震波の時系列$x'[n]$，その出力を$y'[n]$ とすると, 上式はIIRフィルタ係数列$a[k]$, $b[l]$を用いて次式の差分方程式に展開できる.

$$y'[i]=\sum_{l=0}^{mx}b[l]x'[i-l]-\sum_{k=1}^{mx}a[k]y'[i-k] \qquad (3)$$

フィルタ係数列$a[k]$および$b[l]$は，長さ$mx+1$の係数列$f_{max}[k]$から次のように求められる.

$$a[k]=\frac{f_{max}[mx-k]}{f_{max}[mx]} \quad k=1,2,\cdots,mx$$

$$b[l]=\frac{f_{max}[l]}{f_{max}[mx]} \qquad l=0,1,2,\cdots,mx$$

ここで $f_{max}[k]$ は，$F(z)$の単位円の外にある全ての零点 c_i^{max} $(i=1\sim mx)$を根とする多項式 $F_{max}(z)$ の各項の係数から成る数列であり，インパルス応答の最大位相成分を表している. フィルタ係数$a[k]$および$b[l]$の算出に$f_{max}[k]$のスケールは関わらないことを踏まえれば，$f_{max}[k]$は次式の様に計算できる.

$$F_{max}(z)=\prod_{i=1}^{mx}(1-c_i^{max}z^{-1})=\sum_{k=0}^{mx}f_{max}[k]z^{-k} \qquad (4)$$

(3) 式の出力$y'[n]$の時刻順を元に戻し，補正済みの線形位相フィルタの遅延時間z^{lp}を除去すれば（波形時刻を遅らせれば），最小位相型デシメーションフィルタ特性が畳み込まれた地震波形，つまり非因果的信号のない地震波形を得ることができる．

しかしながら零点の再配置による上記の位相補正手法にはいくつかの問題点もある．FIR フィルタの零点は多項式の根の計算となるが，一般的に次数が大きくなると精度の良い根を算出するのが困難となる．また零点を算出した後の (4) 式の計算においても情報落ち等の計算誤差の発生に十分注意を払わなければならない．ここでは多項式の求根方法として，根の計算を固有値計算に置き換えた堅牢な数値計算法（Press et al., 2007）を利用し，(4) 式の多項式係数の算出は任意精度演算を行って算出することにした．このような注意を払って算出した F-net および IRIS のフィルタ伝達関数$F(z)$の零点配置，および最大位相成分f_{max}を図 4 に示す．

その他，FIR フィルタが対象とするサンプリングレートにも注意を払う必要がある．F-net の FIR フィルタはデシメーションファクタが 2 であるため，上記の位相補正 IIR フィルタを実際の地震波形に適用するには，地震波形のサンプリングレートを 2 倍にしなければならない．IRIS 波形ではデシメーションファクタ 1 であるため，位相補正フィルタの適用には計算上の問題はない．しかしフィルタと地震波形データが同一のサンプリングレートだとしても，互いの標本値のタイミングまで同一であるとは限らないため，非因果的信号を全て除去できるわけではない（井出・卜部, 1998）．十分に除去するには，このタイミングの時間差を線形位相成分として周波数領域で加減する必要がある（Scherbaum，2001）．

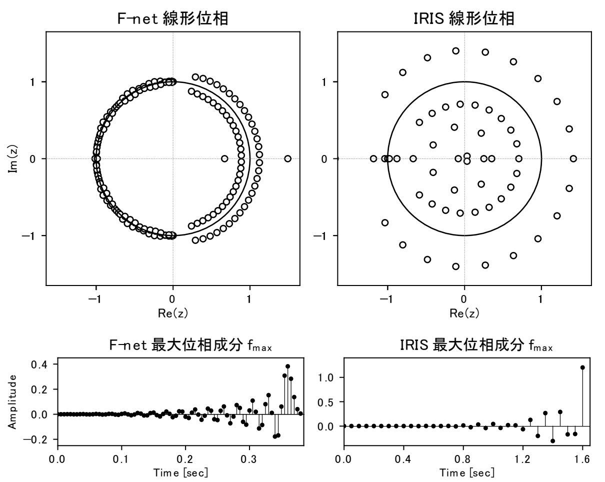

図 4　線形位相型 FIR フィルタの原点付近における零点配置．下図は振幅を総和で規格化した最大位相成分を示す．

以上のように，零点の再配置による位相補正フィルタの構築には煩雑な手順を伴う上，作成したフィルタで非因果信号を完全には除去しきれない場合もあるなどの問題が残る．

4　FIR フィルタによる位相補正

Scherbaum (2001) はフィルタ伝達関数の個々の零点を操作することで位相補正フィルタを実現させていたが，ここではより簡易な位相補正フィルタの作成を試みることにした．ケプストラム（波形のスペクトルをフーリエ変換したもの）の性質を利用すれば，フィルタの零点配置などの内部構造まで踏み込まず，その振幅応答のみから最小位相型のデシメーションフィルタが作成できる．最小位相型フィルタが得られれば，線形位相型フィルタとの周波数位相特性の差異から位相補正フィルタが作成できる．本節では，ケプストラムによるフィルタの最小位相化と位相補正フィルタの作成を検討する．

4.1 ケプストラムによる最小位相フィルタの作成

ここでは Oppenheim and Schafer (2009) や森下・小畑 (1982) に基づき，複素ケプストラムとパワーケプストラムの性質を利用した最小位相型フィルタの作成手順の骨子を述べる．

最小位相型デシメーションフィルタの実数列（FIR 係数）を$x[n]$とすると，そのz変換 $X(z)$の根は全てz平面の単位内に配置される．よって$X(z)$は，m 個の零点 a_k（$|a_k| < 1$）と任意の実数Aからなる次式で表すことができる．

$$X(z) = \mathcal{Z}\big[x[n]\big] = |A| \prod_{k=1}^{m} (1 - a_k z^{-1})$$

ここで，次のべき級数展開を利用して式の両辺の対数をとると次式が得られる．

$$\log(1 - a_k z^{-1}) = -\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{{a_k}^n}{n}\right) z^{-n}$$

$$\log X(z) = \log|A| - \sum_{k=1}^{m}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{{a_k}^n}{n}\right) z^{-n}$$

次に，両辺を逆z変換して$\hat{x}[n] = \mathcal{Z}^{-1}[\log X(z)]$とすると次式の関係が導かれる．

$$\hat{x}[n] = \begin{cases} \log|A|, & n = 0 \\ -\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{{a_k}^n}{n}\right), & n > 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{5}$$

ここで，$\hat{x}[n] = \mathcal{Z}^{-1}[\log X(z)]$なる関係は$x[n]$の複素ケプストラムとして定義されるものであり，(5) 式により，最小位相数列$x[n]$の複素ケプストラム$\hat{x}[n]$は，$n < 0$ で 0 となる因果性となることを示している．逆に複素ケプストラム$\hat{x}[n]$が因果性であれば，数列$x[n]$は最小位相特性を有していることになる．

一方，z変換において$z = e^{j\omega T}$とすればフーリエ変換となるため，複素ケプストラムはフーリエ変換の表記を用いて表すこともできる．$x[n]$の離散フーリエ変換を$X[k] = \mathcal{F}\big[x[n]\big]$とすると，複素ケプストラム$\hat{x}[n]$は次式とで表せる．

$$\begin{aligned} \hat{x}[n] &= \mathcal{F}^{-1}[\log X[k]] \\ &= \mathcal{F}^{-1}[\log|X[k]| + j\arg(X[k])] \end{aligned} \tag{6}$$

$x[n]$は実数列であるためフーリエ変換の対称性から$X^*[k] = X[-k]$となり，(6) 式から次式も導ける．

$$\begin{aligned} \hat{x}[-n] &= \mathcal{F}^{-1}[\log X[-k]] \\ &= \mathcal{F}^{-1}[\log|X[k]| - j\arg(X[k])] \end{aligned} \tag{7}$$

(6) 式と (7) 式の複素ケプストラムの和を$\hat{x}_p[n]$とすると

$$\hat{x}_p[n] = \hat{x}[n] + \hat{x}[-n] = \mathcal{F}^{-1}[\log|X[k]|^2] \tag{8}$$

となる．ここで，$\hat{x}_p[n] = \mathcal{F}^{-1}[\log|X[k]|^2]$なる関係は$x[n]$のパワーケプストラムとして定義されるものであり，$x[n]$の振幅応答$|X[k]|$のみで決定される．(8) 式の形から$\hat{x}_p[n]$は偶関数となる．$x[n]$が最小位相特性なら複素ケプストラム$\hat{x}[n]$は因果性となるため，$n = 0$を除けば$\hat{x}[n]$と$\hat{x}[-n]$は重なることはない．したがって，複素ケプストラム$\hat{x}[n]$は，パワーケプストラム$\hat{x}_p[n]$から次式で求めることができる．

$$\hat{x}[n] = \begin{cases} \hat{x}_p[n], & n > 0 \\ \frac{1}{2}\hat{x}_p[n], & n = 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{9}$$

この関係により，$x[n]$が最小位相特性であるとき，振幅特性$|X[k]|$だけで決まるパワーケプストラム$\hat{x}_p[n]$と，位相特性$\arg(X[k])$を内包する複素ケプストラム$\hat{x}[n]$とが対応付けられることになる．すなわち，振幅応答が与えられれば，最小の位相特性が一意に決まることを示している．任意の数列（FIR フィルタ）の振幅特性が既知であれば，(8) 式および (9) 式によって因果性の複素ケプストラムが作成でき，与えた振幅特性を保持した最小位相の周波数特性を得ることができる．最小位相数列はその離散フーリエ逆変換で求められる．

以上の手順により，F-net および IRIS の線形位相型

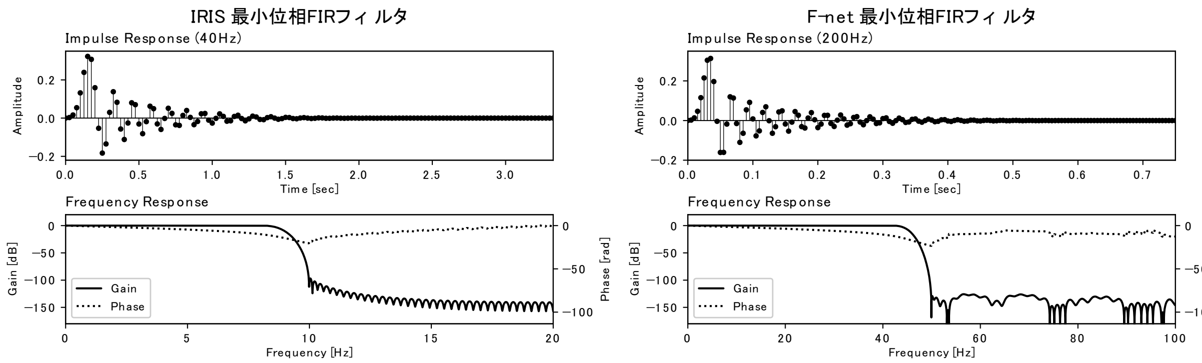

図 5　最小位相型デシメーションフィルタのインパルス応答と周波数応答

デシメーションフィルタの振幅特性$|F(\omega)|$（図 2）を用いて最小位相型フィルタの周波数特性$F_{min}(\omega)$，FIR フィルタ係数$f_{min}[n]$を導けば図 5 の様になる．線形位相型と異なり応答のピークは入力直後になるため，このフィルタに伴う非因果的な信号は生じない．なお，IRIS は地震波形と同じサンプリングレートのデシメーションフィルタのため，２倍のサンプリングレートへ補間してから処理している．

また，図 6 に最小位相フィルタの零点配置図を示す．線形位相では単位円の外側に配置されていた零点が，全て単位円の内側に配置されており，最小位相特性を有していることが確認できる．前節の様な個々の零点の算出，あるいは最大位相成分の計算等の煩雑な処理は不要である．

本節では最小位相型フィルタの算出にケプストラムの性質を利用する方法を採ったが，離散ヒルベルト変換の関係を利用することもできる．(6) 式で両辺のフーリエ変換を考えると因果性数列$\hat{x}[n]$のフーリエ変換となり，右辺の実部$\log|X[k]|$と虚部$\arg(X[k])$の間にはヒルベルト変換対の関係が成り立つ．この関係からも振幅特性$|X[k]|$が既知であれば最小位相特性$\arg(X[k])$が一意に決まり，最小位相数列$x[n]$を求めることができる．実際の計算手順は上記のケプストラムを経由する手順とほぼ同じものとなる（Oppenheim and Schafer，2009）．

4.2　位相補正 FIR フィルタの設計

前項では線形位相デシメーションフィルタと同一の振幅特性を有する最小位相型のフィルタを導いた．この最小位相型のフィルタと元の線形位相型のフィルタの周波数特性の差異からも位相補正フィルタを設計することが可能である．零点の再配置による位相補正フィルタよりも簡潔になる．ここではその方法について検討する．

デシメーションフィルタ適用前の地震波形の周波数特性を$X(\omega)$, 線形位相フィルタの周波数特性（図 2）を$F(\omega)$とすると，フィルタ適用後の地震波形の周波数特性$Y(\omega)$は次式で表される．

$$Y(\omega) = F(\omega) \cdot X(\omega)$$

同様に最小位相型デシメーションフィルタの周波数特性（図 5）を$F_{min}(\omega)$とするとフィルタ適用後の地震

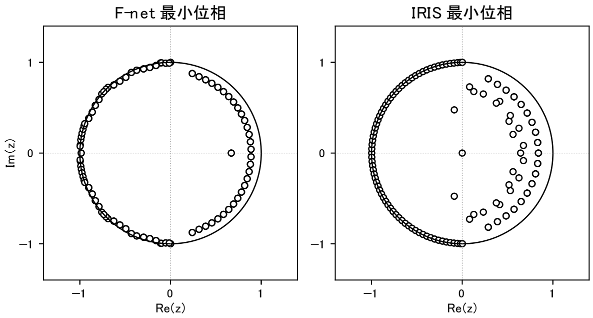

図 6　最小位相型 FIR フィルタの零点配置

波形の周波数特性$Y'(\omega)$は次式で表される．

$$Y'(\omega) = F_{min}(\omega) \cdot X(\omega)$$

これまで述べてきたように$Y(\omega)$は非因果的信号が内在する地震波形, $Y'(\omega)$は非因果的信号のない地震波形となる．線形位相特性を除去して最小位相特性を与える周波数伝達関数を (10) 式の様に$F_{ap}(\omega)$と表し，上記の２式から$X(\omega)$を消去すると$Y'(\omega)$は次式で表すことができる．

$$F_{ap}(\omega) = \frac{1}{F(\omega)} \cdot F_{min}(\omega) \qquad (10)$$

$$Y'(\omega) = F_{ap}(\omega) \cdot Y(\omega) \qquad (11)$$

(11) 式により，$F_{ap}(\omega)$は地震波形から非因果的信号を除去する位相補正用周波数伝達関数であることがわかる．地震波形をフーリエ変換で周波数領域に変換し，$F_{ap}(\omega)$を乗じた後に逆変換で時間領域に戻せば位相補正後の地震波形を得ることができる（地震波形は離散値であるため，実際の計算は$F_{ap}(\omega)$を離散値とした離散フーリエ変換・逆変換となる）．

しかしながら (11) 式では地震波形の時間-周波数領域の変換を複数回伴うため効率が悪い．この一連の処理を FIR フィルタとしてあらかじめ構築しておけば時間領域の処理のみで済ますことができ，計算手順を大幅に減らせる．この位相補正 FIR フィルタの係数$f_{ap}[n]$は (10) 式の周波数伝達関数$F_{ap}(\omega)$のフーリエ逆変換で求められる．$f_{ap}[n]$を有限長として算出するため，実際の計算は角周波数ωの連続関数$F_{ap}(\omega)$を一定の周波数間隔で標本化した$F_{ap}[k]$の離散フーリエ逆変

換である．標本化の上限周波数を地震波形のナイキスト周波数（サンプリング周波数の 1/2 の周波数）として離散フーリエ逆変換すれば，地震波と同じサンプリングレートでの FIR フィルタ係数$f_{ap}[n]$が導かれる．

$$f_{ap}[n] = \mathcal{F}^{-1}\left[F_{ap}[k]\right] \quad = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{F_{min}[k]}{F[k]}\right] \tag{12}$$

$f_{ap}[n]$を算出した後，(1) 式同様の FIR フィルタの計算により地震波形列$y[n]$から位相補正後の地震波系列$y'[n]$を得ることができる．(3) 式とは異なり時刻を逆順とする必要はない．

$$y'[n] = \sum_{k=0}^{N-1} f_{ap}[k]y[n-k] \tag{13}$$

線形位相（非最小位相）型のデシメーションフィルタから位相補正フィルタ$f_{ap}[n]$を導くシーケンスを図 7 に示す．$f[n]$は線形位相 FIR デシメーションフィルタ（図 2）を，$f_{min}[n]$は前項の最小位相 FIR デシメーションフィルタ（図 5）をそれぞれ示している．

ここで問題となるのが位相補正 FIR フィルタ係数$f_{ap}[n]$の大きさである．FIR フィルタ係数$f_{ap}[n]$は離散化した$F_{ap}[k]$から算出するため，そのフィルタの周波数応答は元の連続関数$F_{ap}(\omega)$とは完全に一致せず，近似したものとなる．標本化の周波数間隔を密に（$F_{ap}[k]$を大きく）設定すれば近似の良いフィルタが設計できるが，引き換えに係数長も大きくなってしまう．ここでは FIR 係数長を 64, 128 の 2 通りの設定で検討した．

F-net および IRIS の位相補正 FIR フィルタ$f_{ap}[n]$を図 8 に示す．どちらの長さでも FIR フィルタ（インパルス応答）の主要な形状はほぼ同じになるが，振幅特性にはフィルタの係数長による違いが見られる．位相補正フィルタは振幅特性そのままで位相特性のみを変化させるフィルタであるため，振幅特性は周波数全域に渡ってゲイン 1 とならなければならいない．ところが FIR フィルタの周波数振幅特性には振動が見られる．これは FIR フィルタ係数を有限長とした影響による不可避のものである（ギブズ現象）．係数長を大きく設定すればこの振動は高周波側に集約されるため，振幅特性の近似精度を高めることができる．しかし地震波の高周波成分はデシメーションフィルタでもともと低く抑えられていることを踏まえれば，この高周波側の振動の影響は小さいものと考えられる．デシメーションフィルタの通過帯域に渡ってフラットに設定できれば，徒に係数を長く設定する必要はないであろ

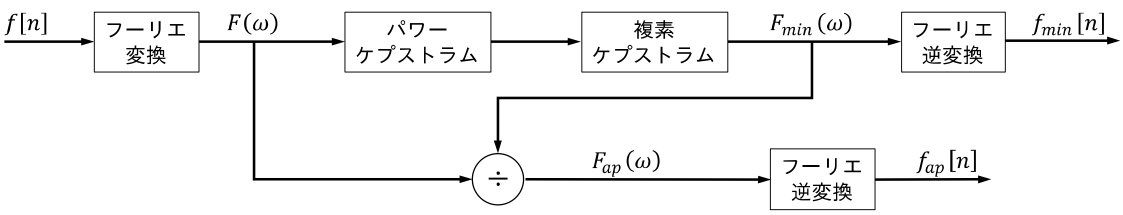

図 7　線形位相型 FIR フィルタから位相補正 FIR フィルタを作成するシーケンス図

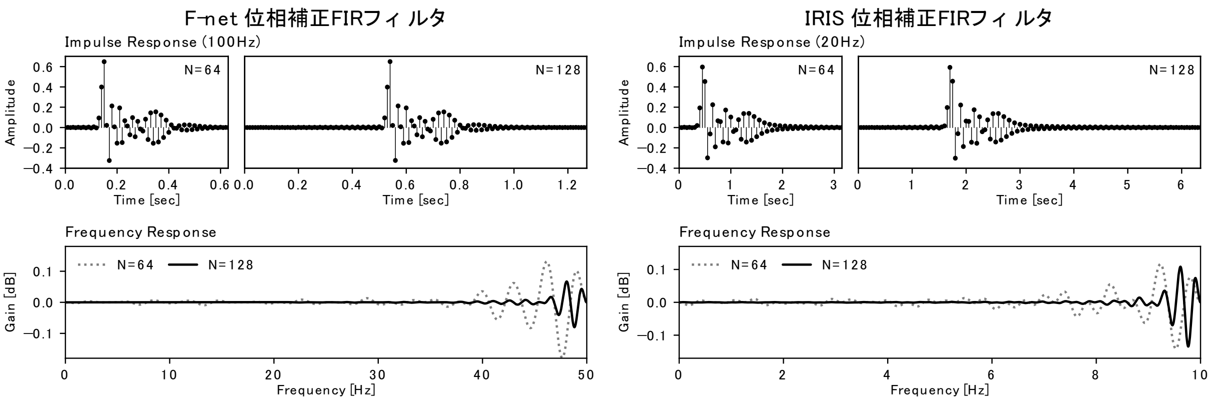

図 8　位相補正 FIR フィルタ係数とその周波数振幅応答

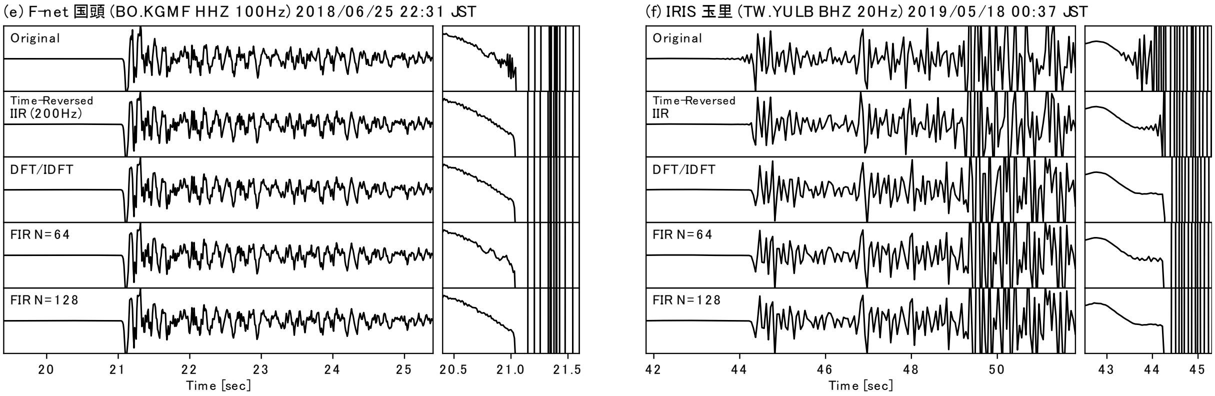

図 9　非因果的信号を伴う地震波形に対して各位相補正フィルタを適用した例

う．

なお，ここでは周波数特性$F_{ap}[k]$に線形位相成分を加えることにより，ナイキスト周波数における成分の虚部が 0，つまり偏角の2π剰余が 0 となるように設定している．この操作に伴ってごくわずかに時間シフトが生じるが，$F_{ap}[k]$系列の虚部が奇関数となるため，この離散フーリエ逆変換$f_{ap}[n]$，つまり位相補正フィルタの FIR 係数は実数のみの系列となる．また，この処理には$f_{ap}[n]$の小さな振動を多少抑える効果もある（Scherbaum，2001）．

5　各位相補正方法の比較

地震波形から非因果的信号を除去する位相補正フィルタを３つ述べてきた．まず Scherbaum (2001) による (3) 式の時刻逆順 IIR フィルタ，次に (11) 式による離散フーリエ変換（DFT）・逆変換（IDFT）によるフィルタ，そしてそれを近似した (13) 式による FIR フィルタである．本節では各位相補正フィルタについてそれぞれの効果を確認する．

図 9 に F-net および IRIS の地震波形に各位相補正フィルタを適用した例を示す．第 2 節で述べた様に最小位相型フィルタにはわずかに遅延が生じるため，位相補正後の地震波形にも遅れが生じる．ここでは波形比較のため，図 5 に示した最小位相特性のインパルス応答がピークとなる時間を便宜的に最小位相フィルタの遅れ時間と設定し，波形時刻から引いて表示している．

前節で設計した FIR フィルタによる位相補正においても，Scherbaum (2001) による時刻逆順 IIR フィルタと遜色ない精度で非因果的信号を除去できていることがわかる． FIR フィルタの係数長に関しては，係

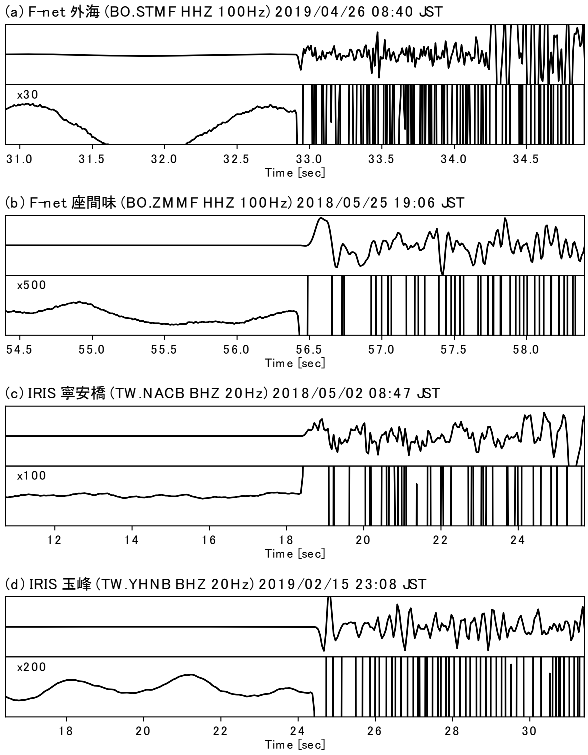

図 10　位相補正 FIR フィルタ適用後の地震波形例

数長 64 の場合は非因果的信号を十分に除去しきれてはいないが，係数長 128 では近似元の DFT/IDFT フィルタの波形と区別できない程十分除去されている．FIR フィルタは地震波と同一のサンプリングレートであるため，地震波形のアップサンプリングは不要である．時刻を逆順にする手間も不要でそのまま地震波形に適用できることもメリットである．

時刻逆順 IIR フィルタでは IRIS のように地震波形とフィルタのサンプリングレートが同一である場合，図 9(f) の様に非因果的信号を十分に除去できない事

例が多い．これは Scherbaum (2001) や井出・卜部 (1998) が指摘するように，デシメーション時の波形データ抽出には任意性があるため，フィルタと地震波形の標本のタイミングが完全には一致していないことに起因している．時刻逆順方向のフィルタであるため，このずれの影響も時刻逆順方向へと計算され，非因果信号として顕在化されやすくなる．改善するには時刻ずれを線形位相成分として周波数領域で調整する必要があるが，それがどの程度かをあらかじめ知る術はない．一方の時刻順方向の FIR フィルタではそのような問題は見られない．

図 1 で示した非因果的信号を伴った地震波形について，係数長 128 の FIR フィルタで位相補正した例を図 10 に示す．非因果的信号が除去された後の地震波形は全ての例で初動が格段に明瞭となっており，初動相の誤認防止や検測誤差の軽減が期待できる．検測者は「しみだし」を意識することなく検測できる．

6　自動検測における効果

非因果的信号のない地震波形を検測することは，検測者の負担軽減となるばかりではなく，自動検測処理においても誤検知が少なくなることも期待される．自動検測で非因果的信号を誤検知し，それを検測者が修正する例も度々ある．本節では，非因果的信号の除去によって自動検知が改善される様子を確認する．

現在の自動検測処理では，地震波形あるいはノイズ波形に自己回帰（AR）モデルを適用し，赤池情報基準量 AIC（Akaike’s Information Criterion，赤池・中川，1972）を用いて位相の検出を判断する手法が広く普及している．具体的な処理としては，ある時間範囲内の波形を地震波（P 波）部分と常時微動（ノイズ）部分に分割し，それぞれの波形を局所的に定常波とみなして AR モデルを当てはめ，AIC の和が最小となる（モデルが最も適切となる）時点を地震波の到達時刻とするものである．地震波の振幅と周期の両方の変化を客観的に判断できるため，地震波の到達時刻の自動検測に利用されている．

ここでは Takanami and Kitagawa (1988) や北川 (1993) による計算手順を用い，非因果的信号の除去前後の地震波形における到達検出時刻を算出した（図 11）．非因果的信号の除去には係数長 128 の FIR フィルタを適用し，信号およびノイズの各区間で仮定する AR モデルの最大次数は 20 とした．図中の矢印は，信号とノイズ区間の AIC 和が最小となった時刻，つまり

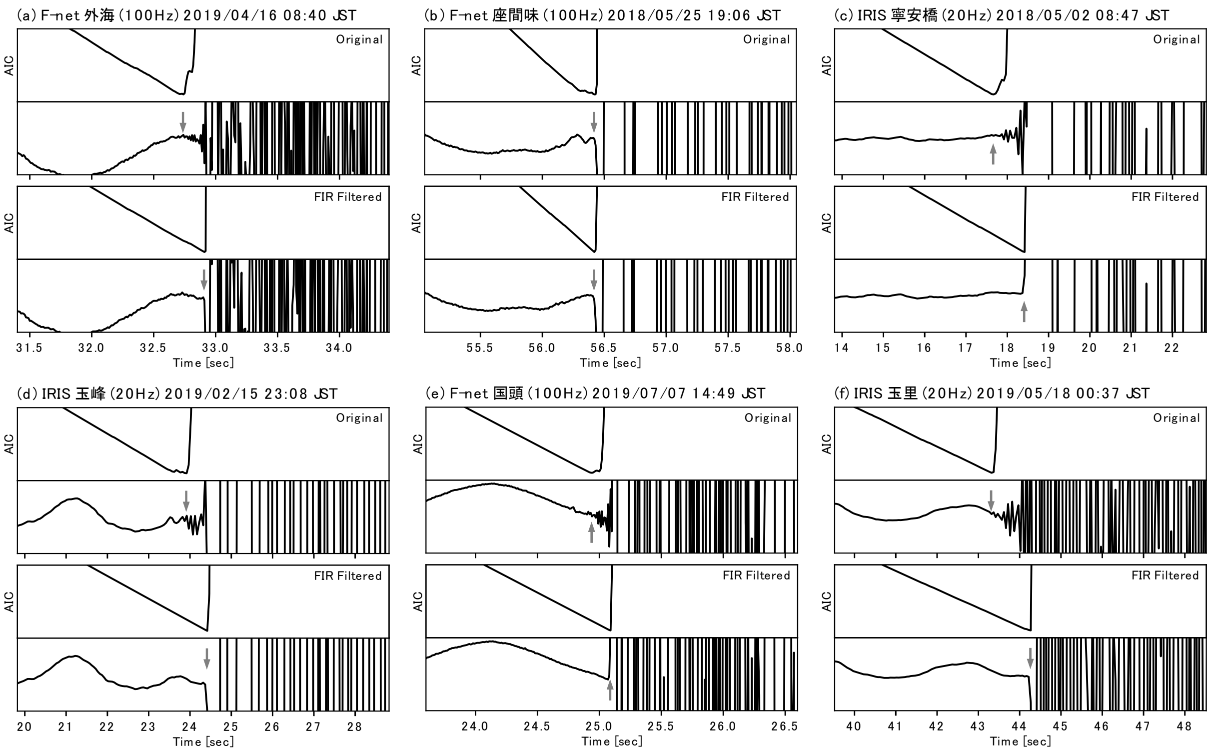

図 11　非因果的信号の除去前後の地震波形において，AR モデルにより地震波到達時刻を推定した例

地震波の到達判断時刻を示している．非因果的信号の除去後は全ての波形例で AIC の極小値が明瞭に，また適切な時刻の位置に現れるようになり，到達時刻推定の精度が改善されていることが確認できる．

7　まとめ

気象庁の一元化検測業務で利用している F-net および IRIS の広帯域地震波形において，しばしば見られる非因果的信号を効率良く除去するため，従来の IIR 型とは異なる FIR 型の位相補正ディジタルフィルタを作成した．

地震波に適用されているデシメーションフィルタから同じ振幅特性の最小位相フィルタを求め，両フィルタの位相特性の差異から位相補正フィルタを設計する手順を示した．新たに作成した FIR 型の位相補正フィルタでも従来の IIR 型フィルタと同程度以上の確度で非因果的信号を除去できることを確認した．従来の手法では位相補正フィルタの設計あるいは地震波形へのフィルタ適用で煩雑な手順を要したが，今回の FIR 型の位相補正フィルタは離散フーリエ変換・逆変換のみで比較的容易に構築することができる．従来のようにサンプリング変換処理や時刻逆順処理などの手間も不要である．

地震波形から非因果的信号を除去することで検測者の負担軽減のみならず，自動検測処理での精度向上も見込まれる．広帯域地震計の地震波形データも一元化検測業務により有効活用できるであろう．

謝辞

本報告では国立研究開発法人防災科学技術研究所および IRIS のデータを利用させていただきました．また匿名の査読者の皆様には大変有益なご指摘とご助言をいただきました．ここに記して感謝いたします．

文献

赤池弘次・中川東一郎 (1972): ダイナミックスシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，189pp.

井出哲・卜部卓 (1998): 全域通過フィルタによる非因果的地震波記録のリアルタイム位相補正，東京大学地震研究所技術報告，**3**，20-28.

北川源四郎 (1993): FORTRAN77 時系列解析プログラミング，岩波書店，404pp.

露木貴裕・本間直樹・松島功・小山卓三 (2009): ボアホール地震計の設置について，気象庁精密地震観測室技術報告，**26**，1-16.

防災科学技術研究所，防災科学技術研究所 Hi-net 高感度地震観測網，http://www.hinet.bosai.go.jp/，(参照2018-10-01).

森下巌・小畑秀文 (1982): 信号処理，コロナ社，235pp.

International Federation of Digital Seismograph Networks (FDSN), Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS), United States Geological Survey (USGS), SEED Reference Manual Standard for the Exchange of Earthquake Data SEED Format Version 2.4, http://www.fdsn.org/pdf/SEEDManual_V2.4.pdf, (参照2018-10-01).

Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS), MetaData Aggregator, http://ds.iris.edu/mda/tw/, IRIS DMC Library of Nominal Responses for Seismic Instrument, Quanterra Dataloggers, http://ds.iris.edu/NRL/dataloggers/quanterra/quanterra_dataloggers.html, (参照2018-10-01).

Oppenheim, A. V., and R. W. Schafer (2009): Discrete-Time Signal Processing Third Edition, Pearson Prentice-Hall, 1144pp.

Press, W.H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery (2007): Numerical Recipes : The art of scientific computing 3rd Edition, Cambridge University Press, 1256pp.

Scherbaum, F. (2001): Of Poles and Zeros : Fundamentals of Digital Seismology 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, 270pp.

Scherbaum, F. and M.-P. Bouin (1997): FIR filter effects and nucleation phases, Geophys. J. Int., **130**, 661-668.

Takanami, T. and Kitagawa, G. (1988): A new efficient procedure for the estimation of onset times of seismic waves, Journal of Physics of the Earth, **36**, 267-290.

（編集担当　原田智史，西前裕司）