

雑 報

摩擦値を求める式について*

朝 倉 克 抓**

550. 340

§ 1 はしがき

強震計など減衰が極めて遅い場合には次式により摩擦値を求めることになっている。

$$\Delta l_i = m\delta M + 4mr \quad (1)$$

ここに、 l_i は自由振動をさせたときの相次ぐ第 i 番目の全振幅、 r は摩擦値、

$$\Delta l_i = l_i - l_{i+m}, \quad M = \frac{1}{2}(l_i + l_{i+m})$$

で、 m は自然数である。また 残留制振度を v' としたとき、 $v' = 1 + \delta$ 、 $\delta \approx 0$ なる関係がある。

(1) 式及びそれに類似の式はそれぞれ久本⁽¹⁾や萩原⁽²⁾によって与えられているが、筆者はこの検定式の利用価値を調べるため別の方法で導いたので以下に報告する。

§ 2 検定式の導出ならびに評価

振子の自由振動が次式を満足するものとする。

$$l_i = v' l_{i+1} + 2r(1 + v'). \quad (2)$$

1 次変換：

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i \\ l_{i+1} \end{pmatrix}$$

により (2) 式は X, Y 平面上の直線

$$Y = \frac{v'-1}{v'+1} X + 4r$$

に写像されるが、これを再び l_i と l_{i+1} との関係に書き換え、 $v' = 1 + \delta$ より次式が得られる。

$$l_i - l_{i+1} = \frac{\delta}{2 + \delta}(l_i + l_{i+1}) + 4r.$$

同様にして

$$l_{i+1} - l_{i+2} = \frac{\delta}{2 + \delta}(l_{i+1} + l_{i+2}) + 4r$$

.....

* K. Asakura: On the Formula which Calculates Friction Value. (Received June 1, 1973)

** 盛岡地方気象台

$$l_{i+m-1} - l_{i+m} = \frac{\delta}{2 + \delta}(l_{i+m-1} + l_{i+m}) + 4r.$$

辺々相加えて

$$\sum_{k=0}^{m-1} (l_{i+k} - l_{i+k+1}) = \frac{\delta}{2 + \delta} \sum_{k=0}^{m-1} (l_{i+k} + l_{i+k+1}) + 4mr.$$

したがって

$$l_i - l_{i+m} = \frac{\delta}{2 + \delta}(l_i + l_{i+m} + 2 \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k}) + 4mr$$

となる。

$$l_i - l_{i+m} = \Delta l_i, \quad \frac{1}{2}(l_i + l_{i+m}) = M$$

とおいて

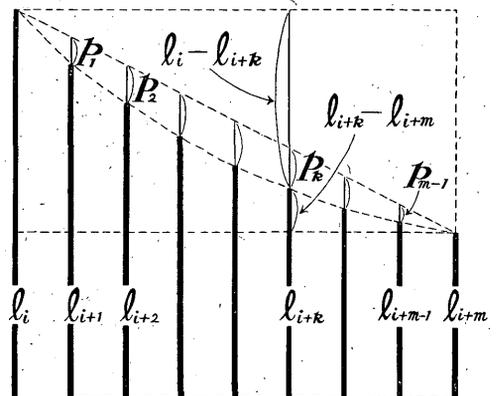
$$\Delta l_i = \frac{2\delta}{2 + \delta} M + \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} + 4mr$$

と表わされ

$$\frac{2\delta}{2 + \delta} M = m \frac{2\delta}{2 + \delta} M - (m-1) \frac{2\delta}{2 + \delta} M$$

であるから

$$\Delta l_i = m \frac{2\delta}{2 + \delta} M + 4mr + \frac{2\delta}{2 + \delta} \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} - (m-1) \frac{2\delta}{2 + \delta} M \quad (3)$$



第 1 図 自由振動全振幅の減り方のモデル

という関係が求まる。この式の右辺第3項以下及び

$$\frac{\delta}{2+\delta} = \frac{\delta}{2} - \frac{\delta^2}{4} + O(\delta^3), \delta \ll 1$$

における右辺第2項以下を無視すれば、現用の検定式である(1)式が求まる。

(3) 式の右辺第3項以下に比例する量 $\sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} - (m-1)M$ は固体摩擦だけならば0となるが、実際には微小ながら残留制振作用があるので負となる。それは次式及び第1図より明らかである。

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} - (m-1)M \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=0}^m (l_{i+k} - l_{i+m}) - \sum_{k=0}^m (l_i - l_{i+k}) \right\} \\ &= - \sum_{k=1}^{m-1} p_k < 0. \end{aligned} \quad (4)$$

かりに $v'=1$ のときは

$$l_{i+k} = l_i - 4kr, \quad l_{i+m} = l_i - 4mr, \quad \sum_{k=0}^m k = \frac{m}{2}(m+1)$$

なる関係より、

$$\sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} - (m-1)M = 2r \left\{ (m+1)m - 2 \sum_{k=0}^m k \right\} = 0$$

となる。

(3) 式の右辺第3項以下のいわば攝動項が実際にどの程度の大きさであるか、次にその1例を示す。

$m=10, \delta=0.05, r=0.03 \text{ mm}, l_i=50.0 \text{ mm}$ とおけば、相次ぐ振動の全振幅は(2)式を利用して第1表のように

計算される。これより

第1表 自由振動
全振幅の例

k	$l_{i+k}(\text{mm})$
0	50.0
1	47.4
2	44.9
3	42.5
4	40.3
5	38.2
6	36.2
7	34.3
8	32.5
9	30.8
10	29.1

$$\frac{2\delta}{2+\delta} = 0.05, \quad \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} = 347.1 \text{ mm},$$

$$M = 39.6 \text{ mm},$$

したがって

$$\left| \frac{\frac{2\delta}{2+\delta} \sum_{k=1}^{m-1} l_{i+k} - (m-1) \frac{2\delta}{2+\delta} M}{m \frac{2\delta}{2+\delta} M + 4mr} \right| \approx 0.022. \quad (5)$$

この場合、検定(1)式に対する攝動項の影響は約2%にすぎない。

§3 あとがき

(1) 式は(4)式と第1図や(5)式より考え近似度が高く検定式として

適当な式であると言えるが、減衰定数が大きい程 m を小さくとらなければならない。

最後に、有益なるご助言を与えて下さった気象庁地震課の渡辺偉夫博士(現仙台管区気象台技術部長)に謹しんでお礼を申し上げる。

引用文献

- (1) 久本杜一(1951): 減衰がきわめて遅い場合の摩擦値の求め方, 測候時報, 18, 304~307.
- (2) 萩原尊礼(1945): 振動測定, 第1版, 宝文館, 45~47.