

# ウィーヘルト水平動地震計 (200 kg)

## の描針系の運動について\*

—記象の忠実さの問題—

樋口 長太郎\*\*

550.341(534.647)

### On the Dynamical Characteristics of Recording System of Wiechert's 200 kg Horizontal Seismograph

T. Higuti

(Meteorological Research Institute)

The recording system of Wiechert's horizontal seismograph now in use includes a compression strut between the vibration system which contains recording lever and controlling spring, and aluminium lever to which the pendulum is connected. The strut is sustained by the initial stress of controlling spring, but it is proved by the author that there is a certain limitation in its function for the earth movement by this mechanism.

Neglecting the frictional force on recording system, the necessary condition is given as follows,

$$p/n \leq (1 + x_0/x_{pm})^{1/2}$$

$p$ : Angular frequency of the motions of pendulum,

$n$ : Proper angular frequency of the recording system,

$x_0$ : Circumferential displacement of connecting pivot in recording system, caused by the twisting of controlling spring to render the initial stress,

$x_{pm}$ : Circumferential amplitude of connecting pivot in recording system.

#### § 1. ま え が き

ウィーヘルト水平動地震計の Aluminium lever (アルミ翼) と, Recording lever (描針) とを連結している Compression strut (連結管) が, しばしば地震動で脱落し大切な記象をとりそこねていることは遺憾のきわみであるが, さらに, 脱落過程および初動に対する立上りの記象の忠実さにも疑いもたれる. 本文はこの欠陥を取り除きたいと考え, まず, 描針系の運動特性について調べたものの報告である.

#### § 2. 簡単な理論

説明を簡単にするためこの地震計の Model として Fig. 1 に示される構造の振動系を考える.

\* Received June 10, 1956.

\*\* 気象研究所地震研究部

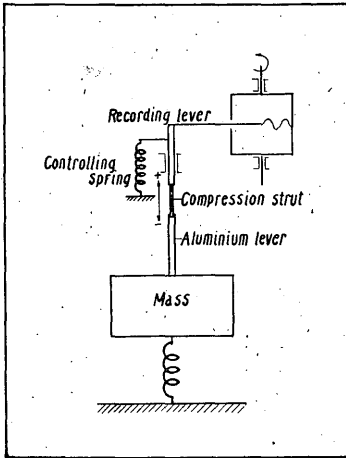


Fig. 1

Mass と Aluminium lever とからなる振子系の運動は、Compression strut の媒介で、ある固有周期をもつ Recording lever と Controlling spring (つる巻ばね) とからなる描針系に伝達される。そして振子系が静止位置にあるとき、それと描針系とは Controlling spring の初応力により strut の両端に接触の状態に連結されている。したがって、この strut が運動中に脱落するのは、描針系が振子系に追随しないことに基因すると考えられる。ところで、strut の役目は単なる運動の伝達にすぎないのであるから、これを省いて Fig. 2 に示されるように、両系が静止状態のとき直接接触しているとして取り扱ってもさしつかえない。

この図について、振子系が始動すれば、描針系は応動する。そして、両系の接触が常に保たれるためには、それらの座標の関係が任意の時刻において、

$$x_p \geq x_s \quad (1)$$

ここに、

$x_p$  : 振子系の座標

$x_s$  : 描針系の座標

なる条件が成り立たなければならない。

いま、振子系の運動が

$$x_{pm} \sin pt$$

で表わされるとすると、その座標は描針系の平衡位置を基準とすると、

$$x_p = x_0 + x_{pm} \sin pt, \quad (2)$$

ここに、  $x_{pm}$  : 振子系の振幅、  $p = \frac{2\pi}{T_p}$ ,  $T_p$  : 振子系の運動周期、

$t$  : 時刻、  $x_0$  : Controlling spring の初引張量

となるが、この場合について両系の接触の状態を吟味してみよう。

#### I) 振子系の運動が描針系を押し方向に始まる場合

Fig. 2 に示されるように、両系の接触は、描針系の挙動のようすによっては解けるような状態になっているから、それが独自の運動を行う場合のあることは考えられる。

振子系が (2) 式に示される運動を始めると、描針系は振子系から初速度をあたえられて運動しようとするが、その座標は摩擦力の作用がないとした場合の自由振動の式

$$\ddot{x}_s + n^2 x_s = 0, \quad (3)$$

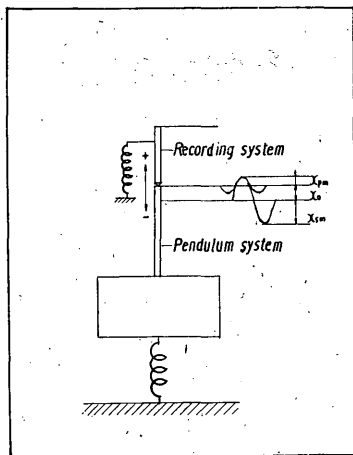


Fig. 2

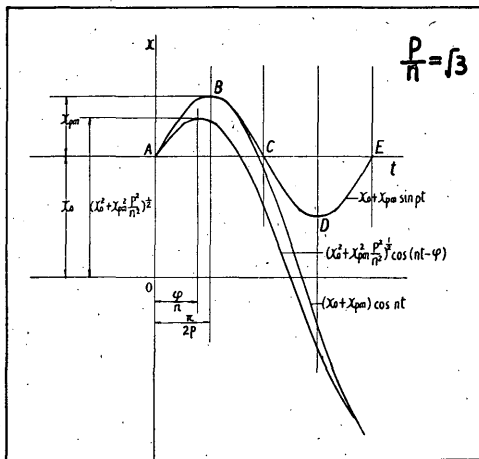


Fig. 3

ここに,  $n = \frac{2\pi}{T_n}$ ,  $T_n$ : 描針系の固有周期

について初めの条件を

$$t=0, \quad x_s = x_0, \quad \dot{x} = x_{pm} \dot{p}$$

とおくと,

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x_0 \cos nt + x_{pm} \frac{\dot{p}}{n} \sin nt = \left[ x_0^2 + \left( x_{pm} \frac{\dot{p}}{n} \right)^2 \right]^{1/2} \cos (nt - \varphi), \\ \varphi &= \tan^{-1} \frac{x_{pm} \dot{p}}{x_0 n} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。

まず, A 点 ( $t=0$ ) の両系の座標およびその導函数は (Fig. 3),

$$\left. \begin{aligned} (x_p)_A &= (x_s)_A = x_0, \\ (\dot{x}_p)_A &= (\dot{x}_s)_A = x_{pm} \dot{p}, \\ (\ddot{x}_p)_A &= 0, \\ (\ddot{x}_s)_A &= -x_0 n^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となるが,  $n > 0$ , であるから,  $x_0 > 0$  なるように Controlling spring を調節しておけば,  $t > 0$  において描針系は振り系より大きく負に加速され,  $x_p > x_s$  の状態を保ちつつ B 点に達するであろう。

しかし, B 点 ( $t = \frac{\pi}{2p}$ ) で両系が離れ, 接触が解かれる場合のあることは考えられる。それを防ぐには両系のおおのの振幅と Controlling spring の初引張量  $x_0$ , および両系の円振動数比とのあいだに,

$$x_0 + x_{pm} \geq \left[ x_0^2 + \left( x_{pm} \frac{\dot{p}}{n} \right)^2 \right]^{1/2}$$

あるいは、描針系の振幅を

$$x_0 + x$$

とおけば、

$$\frac{x}{x_{pm}} \leq 1 \quad (6)$$

なる関係のあるようになっていけばよろしい。いま、その限界の場合について、それぞれの値に対する所要の条件を求めると、

$$\begin{aligned} x_0 + x &= x_0 + x_{pm} = \left[ x_0^2 + \left( x_{pm} \frac{p}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \frac{x_0 + x_{pm}}{x_{pm}} &= \frac{\left[ x_0^2 + \left( x_{pm} \frac{p}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{x_{pm}}, \\ \therefore \left( \frac{p}{n} \right) c_r &= \left( 1 + 2 \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7)$$

となるが、この式がなりたてば記象の振幅の忠実さは一応保たれるであろう。

さて、A～B点区間は一応満足されたとして、つぎに、B点からC点に進もうとすると、接触が保たれるためには、B点で両系の加速度について、

$$x_{pm} p^2 \leq (x_0 + x_{pm}) n^2 \quad (8)$$

なる関係がなりたたなければならない。したがって、このための円振動数比に対する所要条件は、限界の場合をとると、

$$\left( \frac{p}{n} \right) c_r = \left( 1 + \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

となる。

この関係が満足されるとして、さらにC軸を経てD軸に至る区間で、両系の座標および加速度はB軸を時刻の原点にとると、

$$x_p = x_0 + x_{pm} \cos pt,$$

$$\ddot{x}_p = -x_{pm} p^2 \cos pt,$$

$$x_s = (x_0 + x_{pm}) \cos nt = (x_0 + x_{pm}) \cos \frac{p}{\left( 1 + \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}}} t,$$

$$\ddot{x}_s = -x_{pm} p^2 \cos \frac{p}{\left( 1 + \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}}} t.$$

ここで、

$$\left( 1 + \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}} > 1,$$

$$pt > \frac{p}{\left( 1 + \frac{x_0}{x_{pm}} \right)^{\frac{1}{2}}} t.$$

$t=0 \sim \frac{\pi}{2p}$  (B~C) 軸区間では,

$$\cos pt < \cos \frac{p}{\left(1 + \frac{x_0}{x_{pm}}\right)^{\frac{1}{2}}} t$$

であるから,

$$|\dot{x}_s| > |\dot{x}_p|$$

となり, 両系の描く曲線 (時刻対変位) (Fig. 3) は交叉も接触もしない.

$t = \frac{\pi}{2p} \sim \frac{\pi}{p}$  (C~D 軸) 区間では振子系の加速度は正にかわるが, 描針系はそのまま  $x_s = 0$  の点を経て,  $-x_s$  の値をとる方向に移行しようとする挙動をとる. したがって  $t=0 \sim \frac{\pi}{p}$  (B~C~D) 軸区間では (9) 式がなりたてば (1) 式を満足させて両系の接触は保たれる.

つぎいて, D~E 軸区間においても, (9) 式がなりたてば接触は保たれ, E 点に達して, 1 cycle の行程を完了し (5) 式の状態にもどる.

II) 振子系の運動が描針系から離れる方向に始まる場合 (Fig. 4).

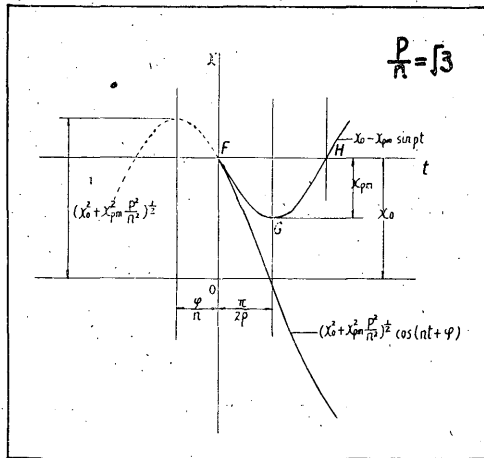


Fig. 4

この場合, 振子系の座標は, F 点を時刻の原点にとると,

$$x_p = x_0 - x_{pm} \sin pt.$$

そして, F 点における両系により描かれる曲線 (時刻対変位) について, 一次の接触であることを必要とするから, この点の両系の座標およびそれらの導函数が,

$$\left. \begin{aligned} (x_p)_F &= (x_s)_F = x_0, \\ (\dot{x}_p)_F &= (\dot{x}_s)_F = -x_{pm} p, \\ (\ddot{x}_p)_F &= (\ddot{x}_s)_F \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

でなければならない. ゆえに, 描針系の座標は

初めの条件を

$$t=0; \quad x_s = x_0, \quad \dot{x}_s = -x_{pm} p$$

とおいて,

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x_0 \cos nt - x_{pm} \frac{p}{n} \sin nt = \left[ x_0^2 + \left( x_{pm} \frac{p}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos (nt - \varphi), \\ \varphi &= \tan^{-1} \frac{x_{pm} p}{x_0 n} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となるが, これら (10), (11) 式はいずれも (5), (4) 式と同形であることに気づく. したがって,

(7) 式がなりたっていれば接触は保たれ、G点を経てH点に達し、I)のA点の場合と同様な状態になる。

III) 描針系に摩擦力の作用がない場合の接触の条件。

描針系に摩擦力の作用がない場合に、両系の接触が常に保たれるためには I), II) の場合とも、 $x_0$ ,  $x_{pm}$ ,  $p$  および  $n$  の値についての関係が (8), (9) 式に示されるとおり、

$$\frac{p}{n} \leq \left(1 + \frac{x_0}{x_{pm}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

が満足されなければならない。

IV) strut の脱落の原因。

接触が解ければ strut は脱落するわけであるが (Fig. 1) 事實は strut の両端が pivot bearing になっているため解けの量がわずかな場合には、記象の忠実さが失われるだけで、脱落はしない。脱落のおもな原因の一つは、(12) 式が満足されていないために生ずる D~E 点区間 (Fig. 3) における両系の衝突によるものである。D点はその限界にあたるが、この点で両系が落ちあう条件は (2) および (4) 式から、

$$t = \frac{3\pi}{2p},$$

$$(x_p)_D = (x_s)_D,$$

$$x_0 - x_{pm} = x_0 \cos \frac{3\pi}{2} + x_{pm} \frac{p}{n} \sin \frac{3\pi}{2},$$

$$\therefore \frac{x_0}{x_{pm}} = \frac{1 + \frac{p}{n} \sin \frac{3\pi}{2}}{1 - \cos \frac{3\pi}{2} \frac{p}{n}}$$

となるが、この式の左辺の値が右辺のそれより小さければ、両系は明らかに衝突する。

V) 描針系に Coulomb friction が作用する場合。

描針系に摩擦力の作用がない場合には、I), II) いずれの場合でも B点 (Fig. 3) における接触の条件が満足されれば、それが常に保たれることがわかった。

Coulomb friction が作用する場合には (7) 式については  $\frac{p}{n}$  の限界値が若干大きくなるように書きかえられるのであるが、B点における加速度の値については不利になる。

この場合の描針系自由振動の運動方程式は

$$m_s \ddot{x}_s + kx_s \pm R = 0. \quad (13)$$

ここに,  $m_s$ : 描針系の相当質量,  $k$ : Controlling spring の stiffness,  
 $R$ : Coulomb friction.

$$\ddot{x}_s + n^2(x_s \pm \rho) = 0. \quad (13')$$

ここに,  $n^2 = \frac{k}{m_s}$ ,  
 $\rho = \frac{R}{m_s n^2} = \frac{R}{k}$ : 固体摩擦項.

いまは B~C 点区間 (Fig. 3) について考えているのであるから,

$$\dot{x}_s < 0, \quad \therefore \rho < 0.$$

そこで, (13') 式について一般に行われているように

$$z_s = x - \rho$$

とおいて書きかえると,

$$\ddot{z}_s + n^2 z_s = 0.$$

初めの条件を, B 点を原点にとり

$$t=0, \quad x_s = x_0 + x_{pm}, \quad \dot{x}_s = 0$$

とおくと, 座標は

$$x_s = \rho + (x_0 + x_{pm} - \rho) \cos nt. \quad (14)$$

また,  $t=0$  のときの加速度は

$$(\ddot{x}_s)_B = -(x_0 + x_{pm} - \rho) n^2.$$

そこで, (9) 式と同様の関係を求めると,

$$\left(\frac{p}{n}\right) c_r = \left(1 + \frac{x_0 - \rho}{x_{pm}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

となるが, この場合は (9) 式にくらべて  $\frac{p}{n}$  の限界値がより小さくなることがわかる.

しかし, この取扱は, 運動が定常的な場合で, 摩擦力は kinetic のものだけを考えたが, 実際には static のものの影響も無視できない. たとえば, II) の場合 (Fig. 4) に (15) 式の条件が満足されていたとしても, 始動の瞬間に両系の接触が解けることのあることは考えられる.

### §. 3 実験の結果と考察

Fig. 5 は (9) 式から求めた  $\frac{p}{n} - \frac{x_0}{x_{pm}}$  グラフ, Fig. 6 は現用の Controlling spring を, Fig. 7 はその stiffness をやく 2 倍にしたそれぞれの描針系について自由振動記象をとり, それらから求めた  $l_n - l_{n+1}$  グラフである. また, Fig. 8 はこれらから得られた  $n$  および  $\rho$  の値を採用し,  $p$  の

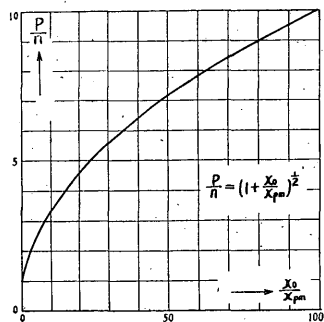


Fig. 5

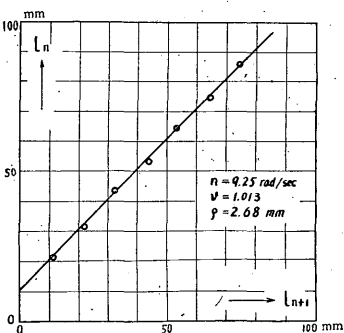


Fig. 6

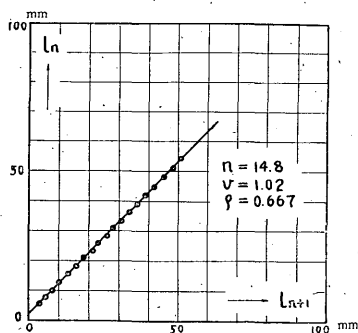


Fig. 7

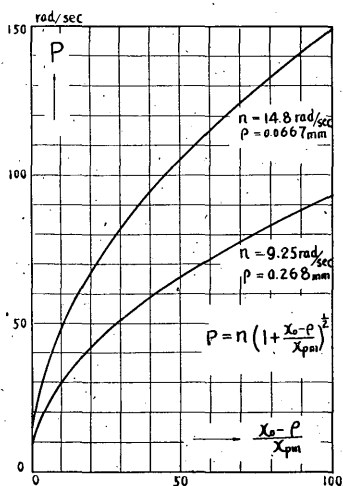


Fig. 8

限界値と  $\frac{x_0 - \rho}{x_{pm}}$  との関係を (15) 式から求めたグラフ<sup>1)</sup>である。

Fig. 8 にみられるように、spring の stiffness を高めると  $p$  の限界値がより大きくなることは当然であるが、 $\rho$  の値も格段に小さくなり、また、両系の接触がより確実になつて機能の安定さが目だつてよくなることが実証された。

描針系の調整について、従来の教科書には、 $x_0$  の値の効果やその定め方に全く無関心であるか、あるいは  $x_0$  の値をできるだけ小さくせよと説明されている。

試みに、われわれがしばしば遭遇する地震動の一例としてその要素が、

周期 : 0.3 sec,                      振幅 : 0.03 cm

に対して、現用の spring を用いた描針系が確実に動作するための  $x_0$  の値を求めてみると、

$x_{pm} = 0.3 \text{ cm}$  (Aluminium lever でやく 10 倍に拡大される),

$$p = \frac{2\pi}{0.3} = 21 \text{ rad/sec}$$

であるから、Fig. 8, または (15) 式から

$$\frac{x_0 - \rho}{x_{pm}} = 4.2,$$

$$\therefore x_0 = 0.3 \times 4.2 + 0.0027 = 1.26 \text{ cm}.$$

$x_0$  の値は実際には Controlling spring のねじれにより調整され、その角  $\theta$  と  $x_0$  との関係はい

1) このグラフに記入されている  $\rho$  の値は  $l_n - l_{n+1}$  グラフから求めた値を、Recording lever の劣腕(長さ 1.5 cm) に引き直したものである。



まの場合

$$x_0 = 1.5\theta$$

である。したがって、この所要ねじり角は

$$\theta = \frac{1.26}{1.5} = 0.84 \text{ rad} \cong 48^\circ$$

となるが、これは最小限界値であるから、実際には  $\rho$  の値の変化などを考えに入れて、2倍くらいにする必要があると考える。

$x_0$  の値を大きくすることは振子の静止が弾性的に非対称の状態でなされ、地震計の機能を害するという議論もあるが、これについて定量的にあつかったものの文献が見あたらないので、ここに意見を述べることはできない。しかし、筆者の想像では、大きな影響はないものと思う。したがって、大切な記象をとりそこなってまでこの問題にこだわることは賛成できない。このことはいまの場合、二義的のものとして扱ってさしつかえないであろう。

かようなあやまった見解から生じている顕著な現象は、strut の脱落である。実際には、前に説明したように、その両端が pivot bearing になっているから、(15) 式の条件が満足されなくてもただちに脱落することなく、接触箇所作用する。Coulomb friction によってかろうじてブラ下がっていることもあろうが、接触の解けや  $\rho$  の値の増加は免れない。そして、さらに事情が悪化すれば、IV) に述べた理由によってついに脱落する。

つぎに、静摩擦力の効果をたしかめるため、II) の場合について始動時における strut の挙動を調べてみた。この実験は振子系の  $p$  の値をできるだけ大きくしたほうが現象をよくとらえられるから、振子部分をのぞき、Aluminium lever 系だけとし、strut を介在させて描針系と連結した。両系の円振動数値は

Aluminium lever 系 :  $p = 32 \text{ rad/sec}$ ,

描針系 :  $n = 14.8 \text{ // (Fig. 8)}$ .

いま、 $\rho$  の値は小さいとして無視すれば、 $x_{pm}$  の値は (12) 式から

$$x_{pm} \leq \frac{x_0}{\left(\frac{p}{n}\right)^2 - 1} = \frac{x_0}{3.66}$$

$x_0$  の値は Recording lever の劣腕の長さを 3.75 cm とし、spring のねじれ角を

$$\theta = 60^\circ \cong 1 \text{ rad}$$

として、

$$x_0 = 3.75 \text{ cm}$$

としたから、 $x_{pm} \leq 1 \text{ cm}$  の範囲接触は解けないであろう。

実験の方法は初めの状態を a)  $x_0 - x_{pm}$ , b)  $x_0 + x_{pm}$  の二つについて、 $x_{pm}$  の値を少しずつ増し

て、そのつど、自由振動を行わせ、strut の挙動を観察した。  $x_{ym}$  の値を 0.5 cm くらいにしたら a) の場合はさしたる異状は見られなかったが、 b) の場合には動き始めの瞬間に必ず脱落した。

この原因を理由付けるため、一応、動摩擦力 ( $\rho$  に該当) の影響を考えに入れても、それならば、 a) の場合でも半 cycle 後の  $x_0 + x_{ym}$  の状態のとき、やはり脱落すべきであるがそれはない。そして、記象を調べると半 cycle 後の振幅は、きわめてわずかしか減衰していないのであるから、脱落の原因は初めの状態によると考えられる。

そこで、二つの場合について始動時における、力学的条件をみるに、 a) の場合には、描針系が Aluminium lever 系から Kinetic energy をあたえられる状態で始動するから、静摩擦力に打ち勝つことができるが、 b) の場合には spring の復元力だけによって加速され、同時に strut を荷物として負う状態で始動する。描針系の慣性モーメントは比較的小さいのであるから、始動の際に静摩擦モーメントの影響を大きくうける。このために描針系の加速度が小さくなり、接触が解けて strut が脱落する。

つぎに、この実験では strut が脱落するところまで  $x_{ym}$  の値を増していったことと、接触が平面でなされていないため、その間の接触の解けの有無は判明しなかった。しかし、静摩擦モーメントの影響を認めるならば、  $x_{ym} = 0$  であっても b) の場合には一時的の解けの生ずることは充分うなずかれる。

そうとすれば、この地震計の記象について初動に対する立上りの不明りょうの原因は、この現象に基くと断じて大過ないであろう。

もっとも、strut の重量による摩擦力で、接触の解けが防げているむきもあるようだが、これはもちろん無理なことで、また、極度にきらっている摩擦に依存するという考えもおかしなことである。

結論として、いままで述べたことから判断されることは、 I) の場合の欠陥については  $x_0$  を適当に大きくするか、spring の stiffness を高めるとか、あるいは両者を合わせ行えば現在の機構でも、一応、改良できるが、 II) の始動時における欠点は宿命的のもので、現在の機構ではこれを全くのぞくことは不可能である。

さて、  $x_0$  を大きくする技術について、従来の関係者の考えは、これを行うと Recording lever に及ぼす摩擦力が大きくなるとされていた。この考えは、理論的には、もちろん、なんらの根拠もないことであるが、実際にはこれを行うと Recording lever に対して spring の呈する力が増し、同時にそれが変形して lever の姿勢を損なわせてしまうため、lever の支軸が正規の位置からはずれてしまうので、運動に際して大きな摩擦力が作用する状態になることがある。しかし、この姿勢は spring の形 (上下の直線部分) をていねいにきょう正して、もとの位置に復させることができるも

のである。

#### § 4. む す び

この地震計の取扱については、長いあいだ多くの人々が苦心されてきた。しかし、構造の欠陥から生ずる好ましくない現象について、根本的な対策を講ずる試みは、遺憾ながら、いまだなされてはいない。

この地震計の構造上の欠陥の大きなものの一つについては、すでに報告して<sup>2)</sup> おいたが、ここにとりあげた問題もまた大きな関心をよせるべきことである。

この欠陥はむしろ本質的のものであって、設計の当初には問題とならなかったものと思うが、現在の観測目的に対しては放任しておけない重大なことである。

本文にふれたように、これが改良は、現在の機構をちよっといじるくらいでは満足されないことであるが、さいわいにも、今年度において改造する機会を与えられたので、前報告の分とともに行いたいと考えている。

その具体的なことについては、改めて報告したいと考えているが、いまは、取扱がより容易で性能がよりよい形のものをつくるべく十分な、検討を行いつつある次第である。

この研究は、終始、広野地震研究部長の深い理解のもとに行われ、実験については地震課小野崎技官および験震当番諸君から好意ある協力をうけた。筆をおさめるにあたり、いろいろとお世話になった上記のかたがたに厚くお礼を申し上げます。

2) 樋口長太郎, 小野崎誠一: ウィーヘルト水平動地震計 (200kg) の自由振動の異状の原因について, 験震時報 20 (1955), 109~116.