

球状障害群の弾性波に及ぼす影響について(II)*

— 一個の球状障害による弾性波の散乱(続) —

山 川 宜 男**

550.341

Investigation of the Disturbance Produced by Spherical Obstacles on the Elastic Waves (II)

On the Scattering of the Elastic Waves by a Spherical Obstacle (ii)

N. Yamakawa

(Meteorological Training School)

If we put $\lambda = \mu$ and $\lambda' = \mu'$ in the formula obtained in the preceding paper, we get the following results.

If primary P waves, incident upon a spherical obstacle whose radius is sufficiently small as compared with wave length λ , are denoted by

$$u_w = A e^{i(kx - pt)}$$

then scattered P waves, in the spherical coordinates whose origin is the center of the obstacle and whose polar axis coincides with the positive x axis, are given by

$$\begin{cases} u_1 = \frac{Ah^2 a^3}{r} \cdot \frac{1}{3} \left[\frac{5(1-\mu_0)}{(4+5\mu_0)} - \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \cos \theta - \frac{-120 + 65\mu_0 + 55\mu_0^2}{552 + 781\mu_0 + 242\mu_0^2} (3 \cos 2\theta + 1) \right] \\ \quad \times e^{i(kr - pt)}, \\ v_1 = 0, \end{cases}$$

and scattered S waves are given by

$$\begin{cases} u_2 = 0 \\ v_2 = \frac{Ah^2 a^3}{r} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \left[\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \sin \theta + 3 \cdot \sqrt{3} \frac{-120 + 65\mu_0 + 55\mu_0^2}{552 + 781\mu_0 + 242\mu_0^2} \sin 2\theta \right] e^{i(kr - pt)} \end{cases}$$

where u_i , v_i are respectively the r , θ components of the displacement, and μ_0 is the dimensionless number given by μ'/μ .

Examples of a scattered P and S waves are shown in Fig. 1 and Fig. 2.

§ 4. 散乱の例

前節で得られた結果に対して、よく行われるように、 $\lambda = \mu$, $\lambda' = \mu'$ の場合を計算すると次のようになる。

まず、この場合、 N , N' , q は次のようになる。

* Received March 1, 1956.

** 気象庁研修所

$$\left. \begin{aligned} N^2 &= \frac{k^2}{h^2} = 3, \\ N'^2 &= \frac{k'^2}{h'^2} = 3, \\ Q^2 &= \frac{h'^2}{h^2} = \frac{\rho'}{\rho} \frac{1}{\mu_0}. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここに、 $\mu_0 = \frac{\mu'}{\mu}$ である。

これらの関係を (3.23), (3.24), (3.25) および (3.26) に代入して、

$$u_x = A e^{i(hx - pt)} \quad (4.2)$$

なる入射波に対する散乱波として、次の P 波および S 波を得る。

まず、散乱 P 波は

$$\begin{aligned} u_1 = & \frac{Ah^2 a^3}{r} \frac{1}{3} \left[\frac{5(1-\mu_0)}{(4+5\mu_0)} - \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \cos\theta \right. \\ & \left. - \frac{-120+65\mu_0+55\mu_0^2}{552+781\mu_0+242\mu_0^2} (3\cos 2\theta + 1) \right] e^{i(hr - pt)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

となり、散乱 S 波は

$$\begin{aligned} v_2 = & \frac{Ah^2 a^3}{r} 3 \cdot \sqrt{3} \left[\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \sin\theta \right. \\ & \left. + 3 \cdot \sqrt{3} \frac{-120+65\mu_0+55\mu_0^2}{552+781\mu_0+242\mu_0^2} \sin 2\theta \right] e^{i(hr - pt)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

となる。ただし、入射波の進行方向を x 軸の正の方向とし、その x 軸を極軸としたのであるから、障害球からみて、入射波は $\theta = 180^\circ$ の方向から進んできたことになる。

また、前節においては、入射波として、

$$u_x = -\frac{i}{h} A e^{i(hx - pt)} \quad (2.1)$$

を与えたが、そのときの散乱波の振幅を $-\frac{i}{h}$ で除したものが、いまの場合の散乱波を与える。

前節において述べたように、(4.3), (4.4) の結果から、直ちに理解されるように、散乱 S 波は散乱 P 波より、やく一けた以上大なる強度を持つ。このことは物理的には次のように解釈されるものと思われる。

すなわち、散乱波は、入射波によって障害球の振動が励起され、それによって発生する波動と考えられる。さて、この場合、 x 軸方向に進行する入射平面 P 波によって、障害球は形の変化をとらない、 x 軸方向に振動するであろう。

そして、たとえば、大きさ相等しく方向反対の力が、原点の近くで x 軸上を振動するとき発生する P 波と S 波を比べると、 S 波のほうが P 波より大なる強度をもつ⁽¹⁾ のと類似した機構により

散乱 S 波が、散乱 P 波より大なる強度をもつのであろう。

一例として、 $\frac{\rho'}{\rho}=2$, $\mu_0=3$ なる場合、すなわち障害球が周囲の弾性体より重く、かたい場合の散乱 P 波、散乱 S 波の強度の方向による分布を Fig. 1, Fig. 2 に示す。ただし、両図における強度の scale は不同である。

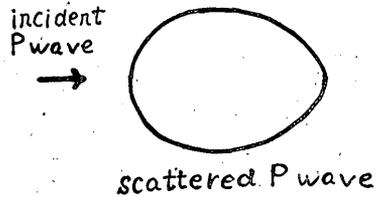


Fig. 1. Intensity distribution of scattered P waves

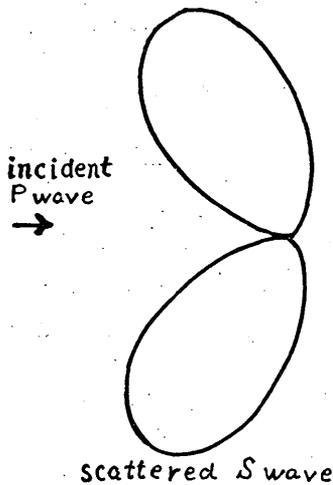


Fig. 2. Intensity distribution of scattered S waves

前節において、光における Rayleigh 散乱は、障害球の前後において、対称な形となることにふれたが、音波の場合の Rayleigh 散乱は、入射平面波の進行してくる方向に対して、大となる⁽²⁾。いまの場合も散乱 P 波については、似た傾向がみられる。

以上に得られた結果を用いて、障害球が群をなして存在するとき、それによる平面 P 波の減衰する機構を、第3報において論ずる。

種々御教示を頂いた松沢武雄先生、井上宇胤先生、佐藤泰夫先生、高木聖先生に感謝を捧げる。

文 献

- (1) 松沢武雄：地震学，108.
- (2) Lord Rayleigh：Theory of Sound, II, 272.

正 誤 表

験震時報 第21卷 第1号—球状障害群の弾性波に及ぼす影響について(I) 山川 宜男

ページ	行	誤	正	ページ	行	誤	正
1	下から10	$e^{i(hr-pt)}$	$e^{i(kr-pt)}$	9	下から3	$\left[\frac{2n n!}{(2n)!} \right]^2$	$\left[\frac{2^n n!}{(2n)!} \right]^2$
2	上から11	$u_x = -\frac{i}{h} e^{i(hx-pt)}$	$u_x = -\frac{i}{h} A e^{i(hx-pt)}$	10	上から5	$\frac{8A}{15\eta^4 \xi \xi' \eta'}$	$\frac{-i8}{45\eta^4 \xi \xi' \eta'}$
4	上から13	$+\frac{2\mu}{\xi} h_{n-1}^{(1)}(\xi)$	$+\frac{4\mu}{\xi} h_{n-1}^{(1)}(\xi)$	10	" 6	$+\frac{\mu'^2}{4} + \frac{\lambda'\mu}{4} +$	$+\left[\mu\mu' + \frac{\mu'^2}{4} + \frac{\lambda'\mu}{4} + \right]$
4	" 14	$-\left[\frac{2\mu n(n+1)}{\eta^2} h_{n-1}^{(1)}(\eta) \right]$	$-\frac{2\mu n(n+1)}{\eta^2} \left[\eta h_{n-1}^{(1)}(\eta) \right]$	10	上から9 分母	$-(3\lambda'+2\mu')$	$+(3\lambda'+2\mu')$
4	下から4	$\frac{-2\mu}{\xi^{1/2}}$	$\frac{-2\mu'}{\xi^{1/2}}$	10	上から10	$B_1=4A\dots$	$B_1=A\dots$
6	上から4	$j_n(x) \div \frac{2^n n!}{(2n+1)!}$	$j_n(x) \div \frac{2^n n!}{(2n+1)!}$	10	" 12	$B_2=i \frac{4}{3} A\dots$	$B_2=i \frac{10}{9} A\dots$
6	下から4	$\left. \begin{aligned} &-\frac{\lambda}{2\mu(n+1)(n+2)} \end{aligned} \right\} \xi^2$	$\left. \begin{aligned} &-\frac{\lambda}{2\mu(n+1)(n+2)} \end{aligned} \right\} \xi^2$	10	下から5	$(2\mu^2+2\mu\mu'+$	$(\mu^2+\frac{3}{2}\mu\mu'+\dots$
7	上から6	$2\mu(n-1)(n+1)$	$2\mu'(n-1)(n+1)$	10	" 4	$+\frac{2}{3}\mu'^2+\dots$	$+\frac{3}{2}\mu'^2+\dots$
7	" 9	$1+\frac{n-1}{4(2n-1)(n+1)} \xi^2$	$1+\frac{n-1}{2(2n-1)(n+1)} \xi^2$	10	" 3	$\left(-\frac{3}{4}\mu^2+\dots \right)$	$\left(-\frac{4}{3}\mu^2+\dots \right)$
7	" 11	$\frac{n+4}{8(2n+3)(2n+5)} \xi^{1/4}$	$\frac{n+4}{8n(2n+3)(2n+5)} \xi^{1/4}$	10	" 1	$+\frac{3}{4}\lambda\mu+$	$+\frac{4}{3}\lambda\mu+$
7	下から8	$i n \frac{G}{\eta^{n+1}}$	$i n \frac{G}{\eta^{n+3}}$	11	上から1	$(12\mu^2+\frac{27}{21}\mu\mu'+$	$(\mu^2+\frac{25}{4}\mu\mu'+$
7	" 7	$1-\frac{1}{2n(2n+3)} \xi^{1/2}$	$1-\frac{1}{2(2n+3)} \xi^{1/2}$	11	" 4	$\frac{1}{4}(3\cos\theta+1)$	$\frac{1}{4}(3\cos 2\theta+1)$
8	上から4 分母	$+\left(\lambda'+\frac{2}{3}\mu' \right)$	$-\left(\lambda'+\frac{2}{3}\mu' \right)$	11	" 6	$\frac{1}{4}(\cos 2\theta+1)$	$\frac{1}{4}(3\cos 2\theta+1)$
8	"	$+\frac{1}{2}\left(\lambda'+\frac{2}{3}\mu' \right)$	$-\frac{1}{2}\left(\lambda'+\frac{2}{3}\mu' \right)$	11	" 9	$C_1 h_1^{(1)}(kr) \sin 2\theta$	$C_1 h_1^{(1)}(kr) \sin \theta$
8	上から5 分母	$-\frac{1}{6}\left(\lambda'+\frac{6}{5}\mu' \right)$	$+\frac{1}{6}\left(\lambda'+\frac{6}{5}\mu' \right)$	11	" 9	$C_2 h_2^{(1)}(kr) \cdot \frac{3}{2} \sin \theta$	$C_2 h_2^{(1)}(kr) \cdot \frac{3}{2} \sin 2\theta$
9	上から2	$-\frac{n(n-1)}{2(n-1)(n-1)} \mu'^2$	$-\frac{n(n-1)}{2(2n-1)(n+1)} \mu'^2$	11	" 11	$\frac{1}{k_2}$	$\frac{1}{k^2}$
9	" 3	$(n+2)(n+1)\mu^2+$	$\frac{(n+2)(n+1)}{2(2n-1)n} \mu^2+$	11	" 11	$-\frac{1}{r} h_1^{(1)}$	$-\frac{1}{r} h_1^{(1)}(kr)$
9	" 3	$+\frac{3(2n^3+3n^2-1)}{2(2n-1)n} \mu\mu'$	$+\frac{3(2n^3+3n^2-n-1)}{2(2n-1)n} \mu\mu'$	11	" 12	$\dots] \sin \theta \}$	$\dots] \sin 2\theta \}$
9	" 7	$i^{n+1} \frac{4(2n+1)}{(2n+3)}$	$i \frac{4}{(2n+3)}$	11	下から5	\bar{C}^2	\bar{C}_2
9	下から8	$-\frac{2}{(2n+3)(2n+1)^2}$	$-\frac{2a^2}{(2n+3)(2n+1)^2}$	11	下から3 分母	$-(3\lambda'+2\mu')$	$+(3\lambda'+2\mu')$
9	下から7	$\frac{2i^{n+1}(2n+1)n(n-1)}{(2n+3)}$	$\frac{2in(n-1)}{(2n+3)}$	11	下から2	$4A$	A
9	" 7	A	a^2	12	上から1	$\frac{4}{3}A$	$\frac{10}{9}A$
9	" 5	$\left[\frac{2n n!}{(2n)!} \right]^2$	$\left[\frac{2^n n!}{(2n)!} \right]^2$	12	" 2	\bar{B}^2	\bar{B}_2