

余震のエネルギーと頻度について(続報)*

宇 津 徳 治**

On Energy and Frequency of After-shocks (continued)

T. Utsu

Matsushiro Seismological Observatory

Continued from the previous paper, the investigations on energy and frequency of after-shocks are made. Several new data are added, and the empirical formulas are obtained which give the energy and frequency of after-shocks t days after the main shock of magnitude M .

To explain the energy of after-shocks immediately after the main shock, two kinds of after-shocks are introduced, but their physical meanings are not yet made clear.

§ 1. は し が き

前報⁽¹⁾では、日本に起ったいくつかの浅い大地震について、その余震のエネルギーと数が時とともに減ってゆく有様についてしらべてみたが、ここではさらにいくつかの資料を追加し、二三の考察を加えることにした。

追加した資料は Tab. 1 に示す9個の地震で、前報 Fig. 2 および Fig. 3~Fig. 18 と同様の図を書いたものが Fig. 1 (一部省略) および Fig. 2~Fig. 11 である。すなわち、Fig. 1 は本震から 0~1, 1~2, ……、9~10 日の間に発生した余震のエネルギーの対数 $\log E$ (実線)、および余震回数の逆数 $1/n$ (破線) を示し、Fig. 2~Fig. 9 は本震直後の有様をよく表わすように、横軸に経過時間の対数 $\log t$ をとりこの時刻 t までに出た余震エネルギーの総和 (階段上の線、黒丸は有感半径 100 km 以上の地震を示す) および一定エネルギー以上の余震の回数の総和 (なだらかな線) を示している。なお、対数目盛上で等間隔の期間に出たエネルギーを示す柱状図は今度は省略した。

これらの図をみると、だいたい前報で述べたことがらが成り立っているようである。

* Received Nov. 12, 1953

** 松代地震観測所

(1) 験震時報 18 (1953) 66-84

Table. 1

No.	Date	Location	Epicenter		$r (R_m)$	M_r	M_G	M_K	M_T
			$\lambda (^{\circ}E)$	$\phi (^{\circ}N)$					
17	1931 III 9	八戸	141.9	40.6	530	7.4	7.7	7.5	7.2
18	1933 VI 19	華山	142.1	38.1	360	6.7	7.3	7.6	7.2
19	1935 X 13	宮古	143.3	40.4	390	6.8	7.1	7.1	7.0
20	1938 I 12	宿田	135.2	33.7	450	7.1	6 $\frac{1}{2}$	7.2	7.0
21	1938 XI 5	福島	141.7	37.1	570	7.6	7.7	7.8	7.5
22	1940 VIII 2	積丹	139.1	44.3	420	7.0	7.7	7.4	7.3
23	1941 VII 15	半島	138.3	36.7	230	6.2	-	6.6	6.3
24	1943 VI 13	長八戸	142.7	40.9	520	7.4	7.4	7.0	7.0
25	1945 II 10	八戸	142.1	40.9	620	7.7	7.3	-	7.3

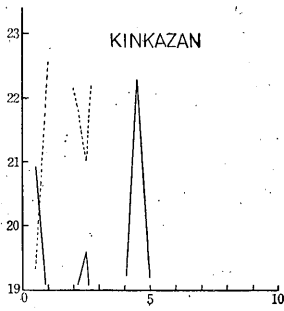


Fig. 1 (1)

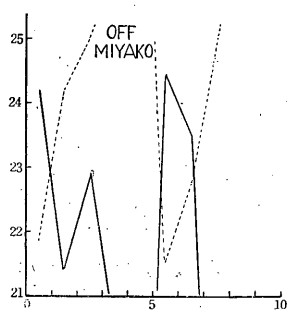


Fig. 1 (2)

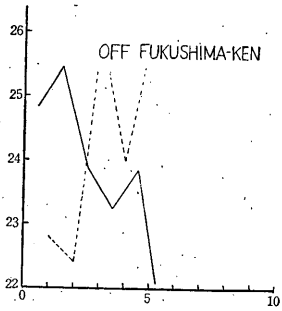


Fig. 1 (3)

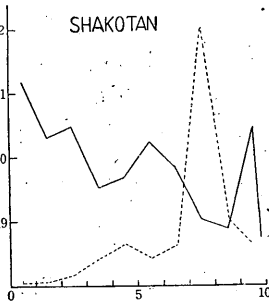


Fig. 1 (4)

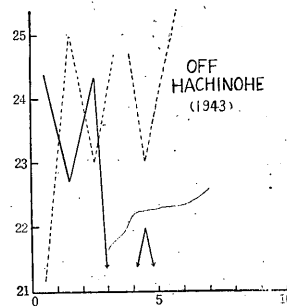


Fig. 1 (5)

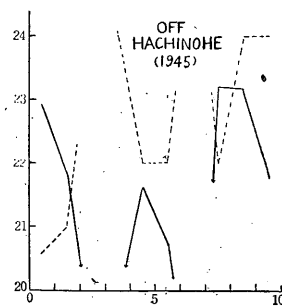


Fig. 1 (6)

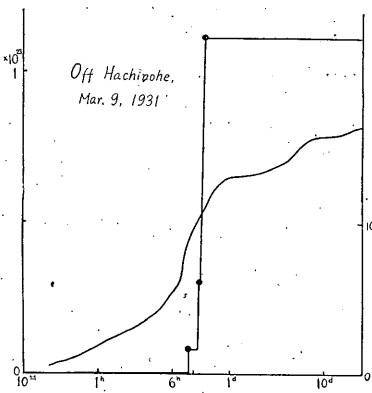


Fig. 2

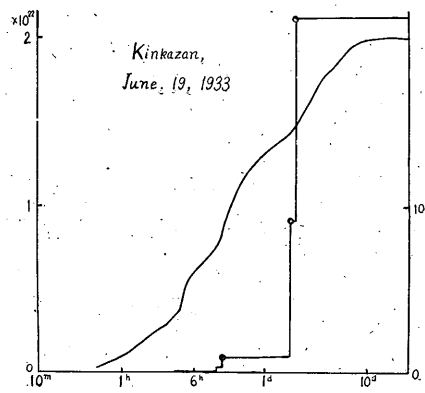


Fig. 3

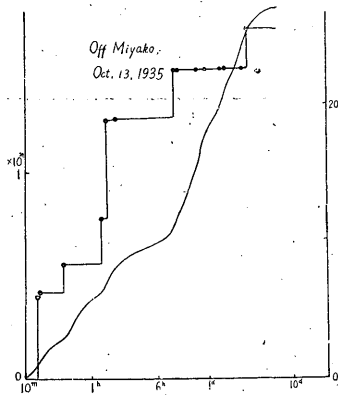


Fig. 4

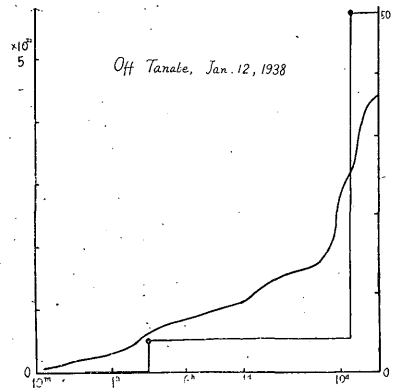


Fig. 5

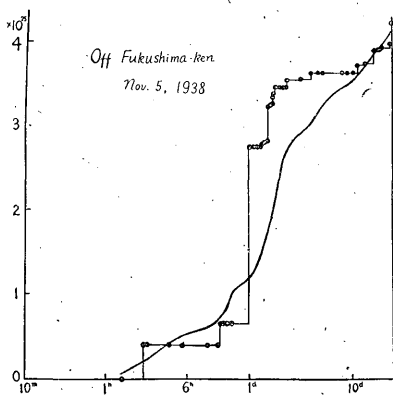


Fig. 6

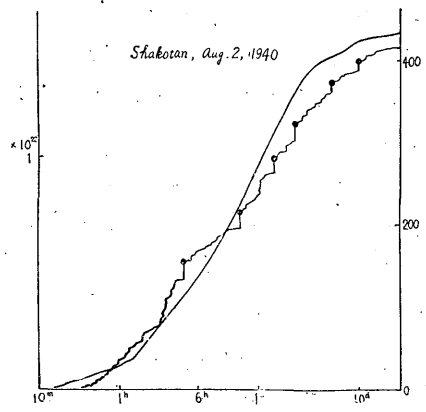


Fig. 7

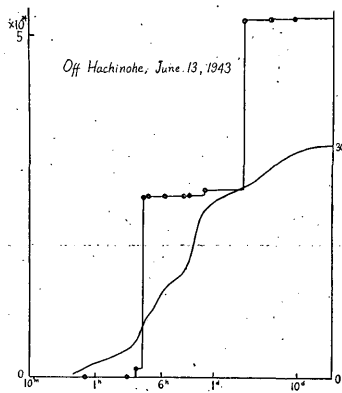


Fig. 8

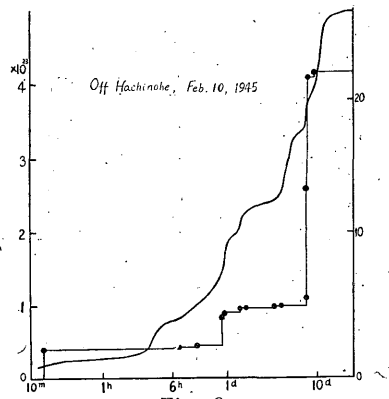


Fig. 9

Table. 2

Date	Location	M	$\log E_m$	$\log E_o$	λ	A	B	$\log E_a$	$\frac{\log E_m}{E_a}$	Class
1925 V 23	但馬北部	7.0	24.6	23.0	1.0	(15)	(-0.06)	24.0	0.6	II
1927 III 7	丹後西北部	7.7	25.9	23.8	1.1	20	-0.35	24.2	1.7	I
1930 XI 26	北伊豆	7.3	25.1	21.5	1.5	5	-0.37	21.4	3.7	I
1931 III 9	八戸沖	7.2	25.0	24.2		1.2	-0.40	23.1	1.9	II
1931 IX 21	埼玉県西部	6.8	24.2	22.5	1.8	8	-0.40	22.8	1.4	II
1933 III 3	三陸沖	8.4	27.1	26.7	1.0	(250)	(0.11)	26.0	1.1	II
1933 VI 19	金華山沖	7.2	25.0	21.5?				22.3	2.7	I
1935 X 13	宮古沖	7.0	24.6	24.8	2.5	9	(0.0)	24.2	0.4	II
1936 II 21	河内大和	6.6	23.7	21.3			-0.40	20.9	2.8	I
1938 I 12	田辺沖	6.9	24.4	22.2	2.5	2.5	-0.20	22.8	1.6	I
1938 V 23	福島県沖	7.4	25.3	22.7	0.8	(15)	(-0.20)	22.9	2.7	I
1938 XI 5	福島県沖	7.5	25.5	25.5	1.1			25.6	0	II
1939 V 1	男鹿半島	6.9	24.4	24.5	1.6	10	-0.40	23.1	1.3	II
1940 VIII 2	積丹半島沖	7.4	25.3	21.3	0.5	35	-0.35	22.2	3.1	I
1941 VII 15	長野	6.3	23.4	19.8	1.9			19.7	2.7	I
1941 XI 19	日向灘	7.4	25.3	22.0	1.6	4	-0.42	22.3	3.0	I
1943 VI 13	八戸沖	7.2	25.0	24.7	1.9	3	-0.37	24.7	0.3	II
1943 X 10	鳥取	7.4	25.3	24.2	1.1	35	-0.40	24.0	1.3	II
1944 XII 7	東南海道	7.9	26.2	25.7	1.2	(25)	(0.0)	25.4	0.9	II
1945 I 13	三河	7.1	24.8	23.0	0.6	35	-0.40	23.7	1.1	II
1945 II 10	八戸沖	7.5	25.5	23.0	2.8	10		23.6	1.9	I
1948 VI 28	福井	7.2	25.0	23.5	1.0	35	-0.35	23.5	1.5	II
1949 XII 26	栃木今市	6.5	23.7	22.4	0.9	11	-0.30	23.0	0.7	II
1952 III 4	十勝沖	8.1	26.6	26.0	1.4	(40)	(-0.30)	(24.6)	1.8	II
1952 III 7	大聖寺沖	6.6	23.9	22.5	0.9	15	-0.25	23.5	0.6	II

§ 2. 余震のエネルギーおよび頻度と本震のマグニチュードとの関係

前報では、本震から t 日後の 1 日間 $((t - \frac{1}{2})$ 日から $(t + \frac{1}{2})$ 日まで) に発生した余震のエネルギーおよび頻度がそれぞれ

$$E = E_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

および

$$n = \frac{A}{t+B} \quad (2)$$

で表わされるものとして⁽²⁾ 常数 E_0 , λ , A ⁽³⁾, B を各地震について求めておいたが、今回追加した資料も加えて Tab. 2 に掲げておく。

Tab. 2 にはさらに、本震のマグニチュード M , エネルギー E_m , 本震から 25 日以内の余震の総エネルギー E_a , およびその比 E_m/E_a を求めておいた。

さて、Tab. 2 の資料から本震の M が与えられたときの余震のエネルギーと頻度の時間的変化を

表わす実験式を求めるわけであるが、それには Tab. 2 の地震を 2 つの組に分けて扱おうと、つごうがよいことがわかる。それは本震の大きさの割に余震のエネルギーや数が小さいものと、その反対のもので、これをそれぞれ I, II と名づけることとし、まず、 $\log E_0$ と M との関係を図に書くと Fig. 10 のようになり、I と II は明らかに分離され、それぞれ直線とみなせば

$$\text{I} : \log E_0 = 1.8M + 9.0 \quad (3)$$

$$\text{II} : \log E_0 = 1.8M + 11.2 \quad (4)$$

で表わされる⁽⁴⁾。また、 λ は M とあまり関係がないから、I と II でそれぞれ平均した値

$$\text{I} : \lambda = 1.6 \quad (5)$$

$$\text{II} : \lambda = 1.3 \quad (6)$$

を用いることとする。次に、頻度のほうはまず B を同

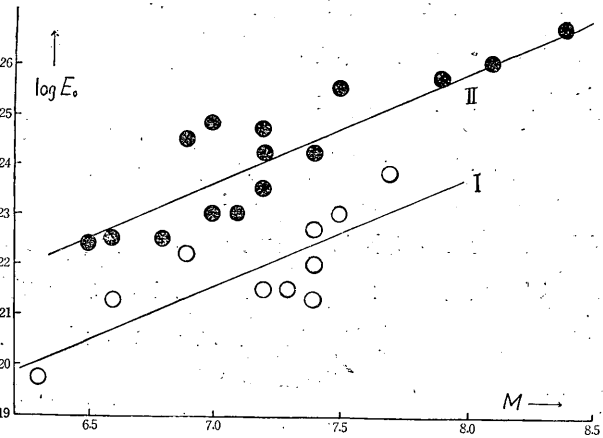


Fig. 10

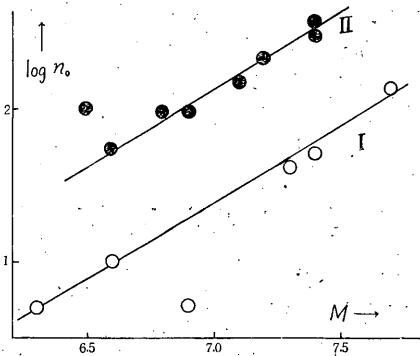


Fig. 11

- (2) こうしたのは単に今までの慣例に従ったままで、(1)(2)の式が最もよく適合する式であるかどうかはわからない。頻度の式もエネルギーの式と同様に $n = n_0 e^{-\lambda t}$ としても大差はないと思われる。
- (3) 単に A としたのは有感半径 30km 以上の余震をとった場合である。
- (4) M の係数は Fig. 11 の直線の傾きからすると約 2.0 となるが、エネルギーとマグニチュードの関係式 $\log E = 1.8M + 12$ を考慮して、1.8 とおさえたい。こうすると、余震のエネルギーは大ざっぱにみて本震のエネルギーに比例することとなる。

様に

$$\text{I, II} : B = -0.36 \quad (7)$$

とし, A は各地震の 0~1 日の間の余震数 n_0 と M との関係を探め, これに合うように A をきめることにする. n_0 と M との関係は Fig. 11 に示すとおりで, これから

$$\text{I} : \log n_0 = M - 5.6 \quad (8)$$

$$\text{II} : \log n_0 = M - 4.9 \quad (9)$$

これから

$$\text{I} : \log A = M - 6.5 \quad (10)$$

$$\text{II} : \log A = M - 5.8 \quad (11)$$

ここで, A は有感半径 30km 以上の余震数を表わす式の常数であるが, 一般にマグニチュード m 以上の余震の頻度を表わす式は, 余震のマグニチュード別頻度がわかれば求めることができ, 次節の結果を参照して次の式が得られる. すなわち, マグニチュード m 以上の余震の頻度が $n = A_m / (t + B)$ で表わされるとすれば, A_m は

$$\text{I} : \log A_m = M - m - 2.8 \quad (12)$$

$$\text{II} : \log A_m = M - m - 2.1 \quad (13)$$

以上の結果を用いて計算すると, たとえば, 本震のマグニチュードが $M = 7.2$ のときマグニチュード 4 以上の余震の数は Tab. 3 のようになる. なお, 参考までに福井地震 ($M = 7.2$) のマグニチュード 4 以上の余震の数も併記しておいた. これは実験式から得られたものとよく一致している.

Table. 3 ($M = 7.2, m = 4$)

Day Class	0~1	1~2	2~3	3~4	4~5	5~6	6~7	7~8	8~9	9~10	Total
I	17	2.2	1.2	0.8	0.6	0.5	0.4	0.3	0.3	0.3	24
II	93	11	6.1	4.1	3.1	2.5	2.1	1.8	1.6	1.4	127
Fukui(II)	88	12	5	6	3	2	2	0	1	3	122

§ 3. 余震のエネルギーと頻度との関係 (その 1)

前報 Tab. 3 では有感半径別の余震頻度が与えられてあるから, これをマグニチュード別頻度に直すことができる. 有感半径 10 km ごとの頻度をマグニチュード 0.1 ごとの頻度に直したものを Fig. 12(1)~(9) に示す. 縦軸の目盛は対数ととってある. これをみると, よく知られているマグニチュードと頻度との関係式

$$\log N(M) dM = (a - bM) dM \quad (14)$$

は, M が 3.5~5.0 の間でも, だいたい成り立っており, 係数 b は 1 前後になっていることがわかる. 各地震についての係数 b の値は Fig. 12 中に示しておいた.

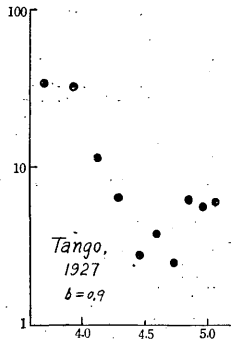


Fig. 12 (1)

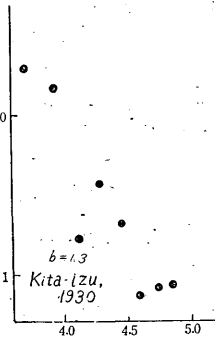


Fig. 12 (2)

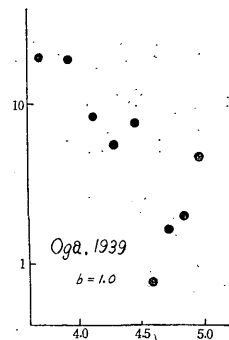


Fig. 12 (3)

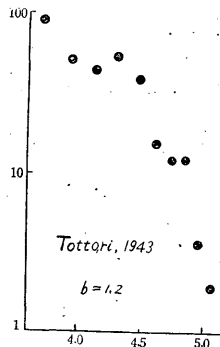


Fig. 12 (4)

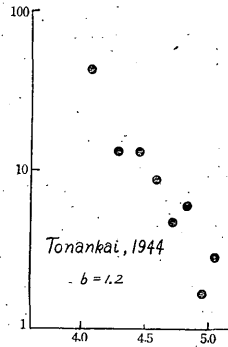


Fig. 12 (5)

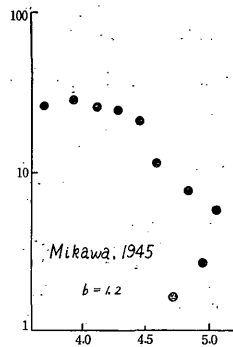


Fig. 12 (6)

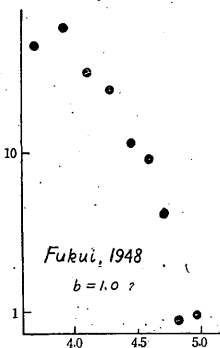


Fig. 12 (7)

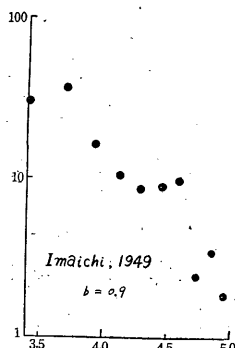


Fig. 12 (8)

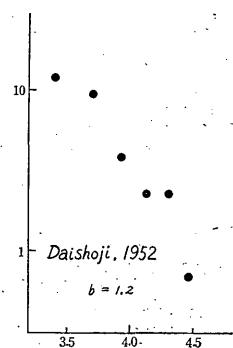


Fig. 12 (9)

§ 4. 余震のエネルギーと頻度との関係 (その2)

いま, ある期間中マグニチュード M から $M+dM$ までの余震の数 $n(M)dM$ が

$$\log n(M)dM = (a - bM) dM \quad (15)$$

で表わされるとすると, この余震群をある地点で観測すれば, 地震計の記録紙上の最大振幅が a から $a+da$ までの地震の数 $n(a)da$ は

$$n(a)da = ka^{-(\alpha+1)}da \quad (16)$$

で表わされることになる⁽⁵⁾。

このとき、エネルギー E から $E+dE$ までの余震の数 $n(E)dE$ およびそれによって出るエネルギー $-n(E)EdE$ は (15) と

$$\log E = \alpha + \beta M ; \alpha = 12, \beta = 1.8 \quad (17)$$

$$\text{から} \quad n(E)dE = CE^{-(\alpha/\beta)-1}dE \quad (18)$$

$$n(E)EdE = CE^{-\alpha/\beta}dE \quad \text{ただし, } C = 10^{\alpha + (\alpha/\beta)} / \beta \quad (19)$$

となる。

ここで、本震からの経過時間が t から $t+dt$ までの間においてエネルギーが E から $E+dE$ までの余震の数を $n(E,t)dEdt$ とすれば、この dt 時間中に発生するエネルギー ε 以上の余震のエネルギーおよび頻度はそれぞれ

$$E(t)dt = \int_{\varepsilon}^{\infty} n(E,t)E dE dt \quad (20)$$

$$n(t)dt = \int_{\varepsilon}^{\infty} n(E,t)dE dt \quad (21)$$

このときまでの余震のエネルギーおよび数の総和 (積算) は

$$E(t) = \int_0^t E(t)dt \quad (22)$$

$$n(t) = \int_0^t n(t)dt \quad (23)$$

いまもし、

$$n(E,t) = n(t)p(E) \quad (24)$$

とかけるとすれば、

$$E(t) = hn(t) \quad (25)$$

$$E(t) = hn(t) \quad \text{ただし, } h = \int_{\varepsilon}^{\infty} p(E)Edt \quad (26)$$

となり、エネルギーと頻度およびその積算同志は比例することになる。

ところで、実際にエネルギーの積算と頻度の積算とは比例しているかどうかをみると、前報 Fig. 3~Fig. 18 および本報 Fig. 2~Fig. 9 から北伊豆、河内大和、福島県沖 (1938, V, 23,) 積丹半島沖などの地震ではだいたい比例しているとみなすことができる。これらの地震は Tab. 2 の分類では、皆 I (余震の少ないほう) の組に属するものである。その他の地震、特に前報でのべたエネ

(5) T. Asada, Z. Suzuki and Y. Tomoda: Note on the Energy and Frequency of Earthquakes, Bull. Earthsq. Res. Inst. 29 (1951) 285

(6) $p(E)$ は既知の結果から $p(E) \propto E^{-(\alpha/\beta)-1}$ となるべきであるが、このときは $h = \int_{\varepsilon}^{\infty} p(E)Edt = \infty$ となつてまずい。しかし、 $p(E) \propto E^{-(\alpha/\beta)-1}$ は E があまり大きいところでは成立しないであろうから、実際には h は有限の値になるものと思われる。

ルギーの転換点があはつきりしているものではエネルギーと頻度のくいちがいが著しく、とても比例するものとは思えない。これらはIIの組に属するものである⁽⁷⁾。

エネルギーと頻度が比例しない(あるいはある期間と他の期間とで比例係数が変ってくる)ことは(24)式が成り立たないことであり、これはエネルギーと頻度の関係式(19)の形が時とともに変化することとなるわけである。

§ 5. 本震直後の余震のエネルギーと頻度について

本震から数十分～数時間後に余震のエネルギーの出かたの変化する点があることは前報でのべたとおりであるが、どうしてこのようなことが起るかはよくわからなかった。余震エネルギーが単に $E = E_0 e^{-\lambda t}$ で表わされるように減ってゆくとすれば、横軸に $\log t$ をとり、エネルギーの積算

$$E(t) = \int_0^t E dt = \frac{E_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (27)$$

のグラフをかけば、たとえば、Fig. 13 のようになり実際のもとの本震の直後では一致しない。

ここで、今までにわかったことを考え合わせて、次のように考えたらどうであろうか。それは余震に2種類あるとするもので、これを第1種および第2種の余震と呼ぶことにし、第1種の余震は本震に必ず伴うが、その数もエネルギーも比較的小さく、かつ、時とともに早く減衰してしまうものとし、第2種の余震はその反対にエネルギーも大きく減衰も割にゆるやかであるとするのである。前の地震の分類でIの組のものは第1種の余震が卓越し、第2種のものはなく(または少なく)、IIの組のものは第2種の余震が多く、しかも、それはエネルギーの転換点の後からあらわれるものとするれば、今までにわかったことをかなりよく説明することができる。もっとも、この二種の余震の物理的意味があはつきりしないかぎりたいた意義もないが、以下二、三のことを述べて余震の本質を知る手がかりにしたいと思う。

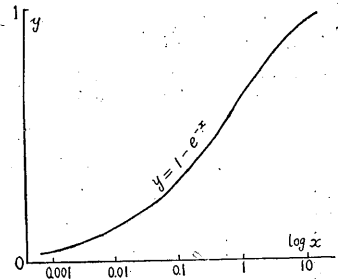


Fig. 13

Off Fukushima-ken Earthquake (1938. XI. 5)

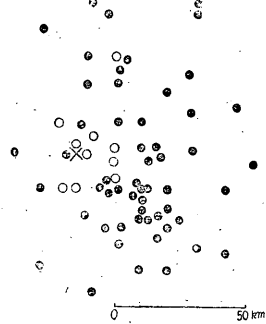


Fig. 14

余震の震央位置が本震直後のものから沢山決まっている例はあまり多くないが、Fig. 14に示す福島県沖⁽⁸⁾ (1938, XI, 5) のときはエネルギーの転換点以前の震央(白丸で示す)は本震の震央近く

(7) IとIIの最もよい例として1938年5月および11月の福島県沖の地震をあげることができる。両者のマグニチュードはほぼ等しいが、前者は余震が少なく後者は多かった。なお、後者だけ小津波があった。
 (8) 昭和13年11月5日福島県東方沖地震及び同余震調査報告； 験震時報10 (1940) 528~545

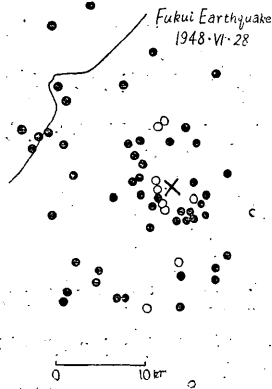


Fig. 15

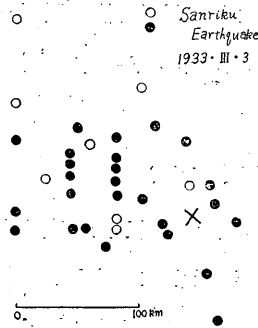


Fig. 16

に密集しており、転換点を過ぎると震央は急に拡がり始めている。また、Fig. 15 の福井地震⁽⁹⁾でも、転換点以前の震央は断層線附近に密集しており、転換点を過ぎると急に拡がり始める。このような例をみると、第1種の余震は本震震央附近に起り、第2種の余震は本震震央附近からはなれて時とともに外に拡がってゆくものと思われそうである。しかし、たとえば Fig. 16 の三陸沖地震⁽¹⁰⁾をみると、

転換点以前の震央はすでに余震域全体に分布してしまっており、上記の考え方はあてはまらない。ところが、三陸沖地震は2種の余震の分離がきわめて明瞭であり、2時間ごとのエネルギーと頻度の図をかいてみると、Fig. 17 のようになり、エネルギーのほうだけが2つの部分に分かれる⁽¹¹⁾。

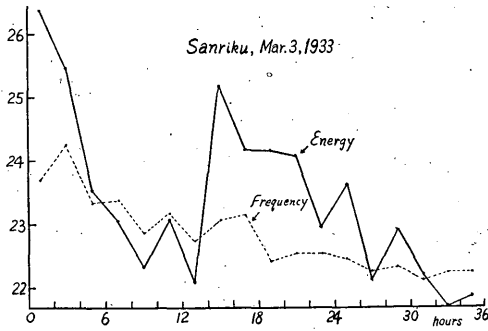


Fig. 17

転換点の以前と以後では余震の数の割にエネルギーが大きかったり小さかったりするから、余震のマグニチュード別頻度を表わす式の形が変わることが予想される。しかし、マグニチュードが小さな範囲(たとえば、M5以下)では変化なく、大きなマグニチュードのものだけ変化があるということも考えられる。

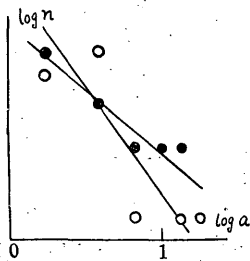


Fig. 19

実際、大聖寺沖地震について、転換点の前後でのマグニチュード別頻度の図をかいてみるとFig. 18 のようになり、前(白丸)、後(黒丸)で(15)式の係数 b の値がいくらか違っているようである。 b の値が異なれば(16)式、すなわち、石本一飯田の式の指数

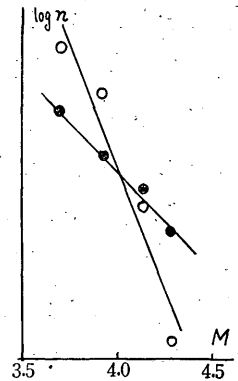


Fig. 18

の値も異なってくるはずであるが、大聖寺地震のときの金沢における

(9) 験震時報 14 別冊, 昭和 23 年 6 月 28 日福井地震調査概報

(10) 本多弘吉, 竹花峰夫: 三陸沖地震の余震, 験震時報 7 (1933) 171~180

(11) 後のほうは大きな余震の余震だと考えてはいけな。数のほうには大した変化がないことを注目すべきである。

記録をしらべてみると、Fig. 19 に示すように、やはり多少転換点の前後で違っているようである。

なお、この問題には研究すべき多くの点が残されているが、それらは折をみてさらに種々の角度からしらべてみたいと思っている。

終りにいろいろと有益な御教示をたまわった井上宇胤課長、高木聖教官にあつくお礼申しあげます。

験震時報 18 No.2 66~82 正誤表

ページ	行	誤	正
67	21	なほ	なお
70	5	入って	へって
71	6	階段上	階段状
71	Fig.5	10 ¹⁹	10 ²¹
75	17, 18	stress	strain
76	Tab:2, No.14	21.4	22.4