震　源（第8報）*

地震の深さと速度分布について

高　木　聖**

§1. 序

震源の深さについては，二十年くらい前迄，大した注意は払われなかつた。一般に震源の深さはせいぜい40～50粁位のものと考えられていた。学者の中には直感的に，かなり深い地震があるのではなかろうかと考えていた人もあるにはあつた。志田順博士は大正15年7月27日，その他の地震に対して，初動方向の集交点と大森公式による震央との大きな差から，深い地震ではないかと予見しておられたようであるが，確定するまでに到らなかつた(1)。ウォーカー（G. W. Walker）は初動の入射角から，それを伝わつて震源に行く事によつて，1250粁と言う深さを求めた(2)。しかしその方法にかなりの疑点もあつたので，その様な深さに実際地震が起るものかどうか一般の信ずる所とならなかつた。

昭和2年（1927年）和達清夫博士はやはり大森公式による震央決定法の矛盾及び異常震域現象等から，震源の深さを決める新しい方法を考案され，ここに始めて地震の深さと言うものが確定されるようになつた(3)。その方法は地球内部の速度分布の傾向を，

$$v=\frac{v_0}{1-a\dfrac{h}{r_0}}$$

と仮定して，深さ並びに速度の増加率 a を求められたものである。こゝに v_0 は地表に於ける速度であり，r_0 は地球の半径，h は地表から計つた深さである。この仮定は確かに卓見であつた。この当時はまだ内部の速度分布は不明であつたから，恐らくその傾向さえ分らなかつたであろうと思われるが，この仮定を用いられたのは正しかつたと言える。

本多弘吉博士は昭和6年（1931年）内部の速度分布の傾向を全然仮定する事のない方法で速度分布を求められた(4)。これは昭和5年11月25日北伊豆大地震の際の走時曲線から求められたもので

---

* 第7報はあとまわし。

** 中央気象台研修所

（1） 志田順：地球及地殻の剛性並に地震動に関する研究回顧，東洋学芸雑誌 第45巻 昭．4（1929）

（2） G. W. Walker : The problem of finite focal depth revealed by seismometers, Phil. Trans. Roy. Soc. A. **222** (1922)

（3） 和達清夫：深層地震の存在とその研究，気象集誌 第5巻 昭．2（1927）

（4） 本多弘吉：地震縦波の速度について，験震時報 第5巻 昭．7（1932）

あるが，それには重大な仮定—この地震の深さを零とする事，モホロビチック層を考えないで，速度の変化は連続的であるとする事—が含まれている。これによつて走時曲線は第一種 Fredholm の積分方程式から Abel の積分方程式に転じ，一挙にして解決を見出す事が出来た。しかしこの地震が果して深さ零であるかどうかは不明であつて，零であると言う根拠はうすい。又モホロビチック層を認めないのも事実かどうか甚だ疑わしい。しかしその求められた速度分布は和達博士のものとあまりかけ離れてはいなかつた。

筆者はこれ等の仮定を設ける必要のない方法を考案したので，それについて述べようと思う。

§. 2 理論的考察

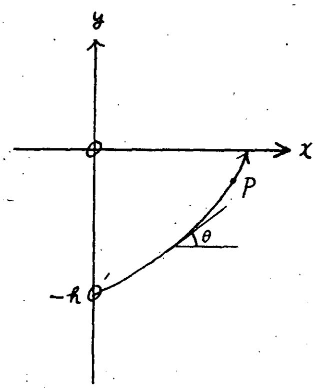

Fig.　1

地球の曲率を無視する事が出来るとして，直角座標を用い地表に原点 O を取り，地表を x 軸とし，その直角上方を y 軸に取り，震源O′$(0, -h)$より任意の一点 P(xy) へ地震波の到達する時間 t は震波線上の素片を ds すれば，

$$dt=\frac{ds}{v}=\frac{\sqrt{1+x'^2}}{v}dy$$

こゝに v は速度であり，y は震波線を与える函数である。勿論 $x'=\dfrac{dx}{dy}$ である。これを積分し

$$t=\int_{-h}^{0}\frac{\sqrt{1+x'^2}}{v}dy \qquad (2.\ 1)$$

として t を求める事が出来る。波動はこの t の最小であるような経路を取る筈であるから，変分法によつて，

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{x'}{v\sqrt{1+x'^2}}\right)=0$$

を満足しなければならない。これより，

$$\frac{x'}{v\sqrt{1+x'^2}}=K \qquad (2.\ 2)$$

を得る。こゝに K は x に無関係は常数である。この K の物理的意味は，震波線 O′P の切線と x 軸とのなす角を θ とすれば，

$$\cot\theta=\frac{dx}{dy}\equiv x'$$

であるから，(2．2) は

$$\frac{\cos\theta}{v}=K \tag{2.3}$$

となる。これは震波線の各点で成立しなければならない関係式である。これを震源に就いて考えると，震源に於いて v は一定であるから，K は発射される角によつて変る常数となる。これ等のKの内 $\cos\theta=1$ なる場合の K が最大となる。即ち水平に発射された場合の Kが最大値を取る。その時の K を $K_{\max}$ とし，震源に於ける速度を v_h とすれば，

$$\frac{1}{v_h}=K_{\max} \tag{2. 4}$$

となる。

一方（2. 2）より，

$$x'=\frac{vK}{\sqrt{1-v^2K^2}} \tag{2. 5}$$

これを満足する震波線が地表に達する点を X とすれば，これを積分して，

$$\int_0^X dx=\int_{-h}^0\frac{vK}{\sqrt{1-v^2K^2}}dy$$

$$\therefore X=\int_{-h}^0\frac{vK}{\sqrt{1-v^2K^2}}dy \tag{2. 6}$$

こゝに達する迄の時間を T とすれば，（2. 1）（2. 5）より

$$T=\int_{-h}^0\frac{1}{v\sqrt{1-v^2K^2}}dy \tag{2. 7}$$

（2. 6）（2. 7）はKの函数となるから，これ等をKにて微分すれば，

$$\frac{dX}{dK}=\int_{-h}^0\frac{v}{(1-v^2K^2)^{\frac{3}{2}}}dy$$

$$\frac{dT}{dK}=K\int_{-h}^0\frac{v}{(1-v^2K^2)^{\frac{3}{2}}}dy$$

これより，

$$K\frac{dX}{dK}-\frac{dT}{dK}=0$$

$$\therefore\ K=\frac{dT}{dX} \tag{2. 8}$$

となる。これは $T-X$ 走時曲線を作つた時，その方向係数が K である事を示す。この Kの内最大

のものは (2. 4) より震源での速度を与える。即ち,

$$v_h=\left(\frac{dX}{dT}\right)_{\min.} \tag{2. 9}$$

こうして走時曲線から簡単に震源での速度を求める事が出来る。

一方震央に於ける $P\sim S$ は, P 波の速度を v_p, S 波の速度を v_s とし。$\frac{v_p}{v_s}=\sqrt{3}$ を認めると,

$$\tau\equiv(P\sim S)_E=\int_{-h}^{0}\left(\frac{1}{v_s}-\frac{1}{v_p}\right)dy=-\int_{0}^{y}\left(\frac{1}{v_s}-\frac{1}{v_p}\right)dy$$

となるから,

$$d\tau=-(\sqrt{3}-1)\frac{dy}{v_p} \tag{2.10}$$

これは又,

$$-dy=\frac{1}{\sqrt{3}-1}v_p d\tau$$

これを積分すると,

$$-\int_{-h}^{0}dy=\frac{1}{\sqrt{3}-1}\int_{\tau}^{0}v_p d\tau \tag{2.11}$$

となる。

次に各地震につき, その震央に於ける $P\sim S$ 即ち τ と, その震源に於ける P 波の速度 v_h とは, 走時曲線並びに (2. 9) より, 各一組づつ求まるから, これ等をグラフに描けば, τ と v_h との関係が分る。今その関係を,

$$\begin{aligned}v&=f(\tau)\\ \tau&=\phi(v)\end{aligned} \tag{2.12}$$

とする事が出来るから, (2.11) は

$$h=\frac{1}{\sqrt{3}-1}\int_{0}^{\tau}f(\tau)d\tau \tag{2.13}$$

となる。これが深さ h を与える式である。この右辺は実測値を用いて積分出来る。(2.13) より各 τ に対する h が決定する。又その τ に対する速度 v_h は (2.12) から決まる。従つてその τ を与える地震の深さ h と, その深さに於ける速度 v_p は同時に決まる。この事は結局各深さに於ける速度を求めた事になる。こうして速度分布も同時に求まる。

以上はモホロビチック層がないものとしての事であるが, この層の存在を認めても, 同様の事が言える。その層の厚さを d とし, その下層から震源O′までの距離を h, 地表Oから震源までの距離

OO′ を H とおけば，

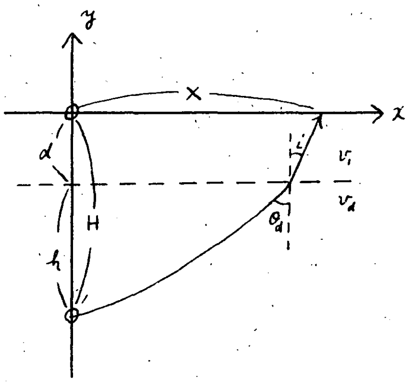

Fig. 2

$$H=d+h \tag{2.14}$$

である。この層の下では前記がそのまゝ成立し，この層の下層に於ての震波線の屈折の角を第２図の様に取ると，

$$X=d\tan i+\int_{-h}^{-d}\frac{vK}{\sqrt{1-v^2K^2}}dy, \tag{2.15}$$

又，この層中の速度を v_1 その下に於ける速度を v_d とすれば，屈折の法則から，

$$\frac{\sin i}{v_1}=\frac{\sin\theta_d}{v_d}=K \tag{2.16}$$

であるから，(2.15) は

$$X=\frac{dv_1K}{\sqrt{1-v_1^2K^2}}+\int_{-h}^{-d}\frac{vK}{\sqrt{1-v^2K^2}}dy, \tag{2.17}$$

同様にそれに要する時間 T の方は，

$$\begin{aligned} T&=\frac{d}{v_1\cos i}+\int_{-h}^{-d}\frac{dy}{v\sqrt{1-v^2K^2}},\\ &=\frac{d}{v_1\sqrt{1-v_1^2K^2}}+\int_{-h}^{-d}\frac{dy}{v\sqrt{1-v^2K^2}}, \end{aligned} \tag{2.18}$$

となる。(2.17)，(2.18) を K にて微分し，それ等より，

$$K=\frac{dT}{dX}$$

を得る。これは (2.8) と同様であり，モホロビチック層が存在しても，同様の手段で v_h を求める事が出来る事を示す。しかし (2.13) は次の様に変形する。

$$H=-\frac{1}{\sqrt{3}-1}\int_{\tau}^{\tau_d}f(\tau)d\tau+d \tag{2.19}$$

こゝに τ_d は d を震波が垂直に進む時の $P\sim S$ である。

もし実測の結果，$\tau-v$ 曲線に他の不連続点が存在する場合は，そこで切つて積分すればよい。

以上は全然地球の曲率を考えない場合であつたが，曲率を考える場合は，原点 O を地球の中心に置き，震源 O′ までの距離を r_h，地球の半径を r_0，先づモホロビチック層のない場合を考えるとし，OO′ を基線に取つて角を計るとすれば，O′ より任意の点 P (r, θ) へ震波の到る時間 t は，

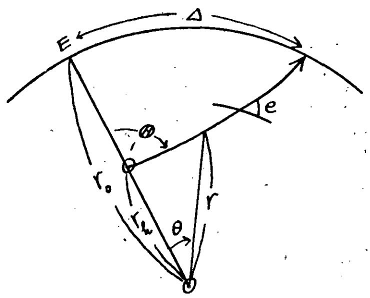

Fig. 3

$$dt=\frac{ds}{v}=\frac{\sqrt{(r\theta')^2+1}}{v}dr$$

$$\therefore\quad t=\int_{r_h}^{r}\frac{\sqrt{(r\theta')^2+1}}{v}dr \tag{2.20}$$

となる。こゝに $\theta'=\dfrac{d\theta}{dr}$ である。同様にして変分の理より，

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2\theta'}{v\sqrt{(r\theta')^2+1}}\right)=0$$

$$\therefore\quad \frac{r^2\theta'}{v\sqrt{(r\theta')^2+1}}=C \tag{2.21}$$

こゝに C は r によらない常数である。この C の意味は，震波線の切線と弧とのなす角を e とすれば，

$$\tan e=\frac{dr}{rd\theta}=\frac{1}{r\theta'}$$

であるから，(2.21) に代入し，

$$\frac{r}{v}\cos e=C \tag{2.22}$$

となる。これは一つの震波線につき成立する常数であるが，震源に於いての事をを考えると，C の最大値 $C_{\max}$ は，

$$\frac{r_h}{v_h}C_{\max} \tag{2.23}$$

を与える。これは r_h が掛つてゐる点で (2. 4) と相違している。

一方 (2.21) より，

$$\theta'=\frac{vC}{r\sqrt{r^2-v^2C^2}}$$

であるから，

$$\Theta=\int_{r_h}^{r_0}\frac{vC}{r\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr \tag{2.24}$$

こゝに Θ は (2.21) を満足する震波線が地表に達する点の角座標である。これに要する時間 T は，(2.20) より，

$$T=\int_{r_h}^{r_0}\frac{r}{v\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr \tag{2.25}$$

(2.24) (2.25) を C につき微分し，同様に，

$$C=\frac{dT}{d\Theta} \tag{2.26}$$

を得る。故に（2.23）を参照して，

$$\frac{r_h}{v_h}=\left(\frac{dT}{d\Theta}\right)_{\max} \tag{2.27}$$

となる。震央 E より Θ までの地表上の距離を Δ とすれば，

$$r_0\Theta = \Delta$$

であるから，（2.27）は，

$$\frac{r_h/r_0}{v_h}=\left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_{\max}$$

となる。計算の便宜のために，

$$\frac{r}{r_0}\equiv\rho, \quad \frac{v}{\rho}\equiv\xi \tag{2.28}$$

とおけば，

$$\xi_h=\left(\frac{d\Delta}{dT}\right)_{\min} \tag{2.29}$$

となり，これは（2.9）に相当する式であるが内容は違う。

一方震央に於ける $P\sim S$ は，

$$(P\sim S)_E\equiv\tau=\int_{r_h}^{r_0}\left(\frac{1}{v_s}-\frac{1}{v_p}\right)dr=(\sqrt{3}-1)\int_{r_h}^{r_0}\frac{dr}{v_p}$$

$$=-(\sqrt{3}-1)\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{v_p}$$

$$\therefore\quad \frac{d\tau}{dr}=-(\sqrt{3}-1)\frac{1}{v_p}$$

$$\therefore\quad dr=-\frac{1}{\sqrt{3}-1}v_p\,d\tau \tag{2.30}$$

である。

所が，（2.28）より $dr=r_0d\rho$，$v=\rho\xi$ であるから，（2.30）は

$$\frac{d\rho}{\rho}=-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\xi d\tau \tag{2.31}$$

となる。

各地震につき，震央に於ける $P\sim S$ 即ち τ は走時曲線から求まり，その震源に於ける ξ_h は(2.29)から実測の結果求まるから，$\tau-\xi$ 曲線が求まる。これを，

$$\xi=g(\tau)$$

$$\tau=\varphi(\xi) \tag{2.32}$$

と書けば，（2.31）は，

$$\int_{\rho_h}^{\rho_0}\frac{d\rho}{\rho}=-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_{\tau}^{0}g(\tau)d\tau$$

ここに
$$\rho_0=\frac{r_0}{r_0}\equiv 1,\quad \rho_h=\frac{r_h}{r_0}\ \text{である。}$$

これを積分し，

$$\log\rho_h=-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_0^{\tau}g(\tau)d\tau$$

$$\therefore\quad \rho_h=\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_0^{\tau}g(\tau)d\tau\right)\tag{2.33}$$

と求まる。これを先の h に相当したものを求めると，

$$h=r_0-r_h=r_0\left\{1-\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_0^{\tau}g(\tau)d\tau\right)\right\}\tag{2.34}$$

となる。

こゝに (2. 9), (2.29) は実際の観測値からは同値である。即ち，

$$\left(\frac{dX}{dT}\right)_{\min}=\left(\frac{d\Delta}{dT}\right)_{\min}$$

しかし内容は異なる。又 (2.12), (2.32) も実際には同値であつて，

$$v=\xi=f(\tau)=g(\tau)$$

である。しかし内容は異なる。従つて実測された ξ から先の速度を求めるには，

$$v\doteqdot\rho\xi\tag{2.35}$$

なる式から求めなければならない。この ρ は (2.33) から求められる。

以上はモホビチック層を考えない場合であつたが，この層の存在を認めると，第4図の様に種々の量を取る事にして，Θ は，

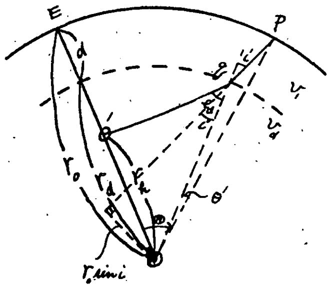

Fig. 4

$$\Theta=\int_{r_h}^{r_d}\frac{vC}{r\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr+\theta'\tag{2.36}$$

となる。こゝに，

$$r_d\sin i=r_o\cos(\theta'+R_L-i)$$

なる関係があるから，

$$\theta'=\cos^{-1}\left(\frac{r_d}{r_o}\sin i\right)$$

所が屈折の法則により，$\dfrac{\sin e_d}{v_d}=\dfrac{\sin i}{v_1}=\dfrac{C}{r_d}$ であるから，

$$\sin i=\frac{v_1}{r_d}C$$

$$\therefore\quad \theta'=\cos^{-1}\left(\frac{v_1}{r_0}C\right)-(R_L-i)$$

又
$$i=\sin^{-1}\left(\frac{v_1}{r_d}C\right)$$

であるから，

$$\theta'=\cos^{-1}\left(\frac{v_1}{r_0}C\right)+\sin^{-1}\left(\frac{v_1}{r_d}C\right)-R_L \tag{2.37}$$

故に（2.36）は

$$\Theta=\int_{r_h}^{r_d}\frac{vC}{r\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr+\cos^{-1}\left(\frac{v_1}{r_0}C\right)+\sin^{-1}\left(\frac{v_1}{r_d}C\right)-R_L \tag{2.38}$$

となる。

一方，震波がこの距離を進むに要する時間 T は，

$$T=\int_{r_h}^{r_d}\frac{r}{v\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr+t' \tag{2.39}$$

こゝに t' は，第4図 Pq を震波が進む時間である。Pq の長さは，

$$r_0\sin(\theta'+R_L-i)-r_d\sin(R_L-i)$$

であるから，

$$\begin{aligned}t'&=\frac{r_0}{v_1}\sin(\theta'+R_L-i)-\frac{r_d}{v_1}\sin(R_L-i)\\&=\frac{r_0}{v_1}\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{r_0}C\right)^2}-\frac{r_d}{v_1}\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{r_d}C\right)^2}\end{aligned} \tag{2.40}$$

故に，（2.39）は，

$$T=\int_{r_h}^{r_d}\frac{r}{v\sqrt{r^2-v^2C^2}}dr+\frac{r_0}{v_1}\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{r_0}C\right)^2}-\frac{r_d}{v_1}\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{r_d}C\right)^2} \tag{2.41}$$

となる。

そこで，（2.38），（2.41）を C にて微分し，

$$C\frac{d\Theta}{dC}-\frac{dT}{dC}=0$$

を得る。故に，

$$C=\frac{dT}{d\Theta} \tag{2.42}$$

となり，（2.26）と同様となる。即ち，モホロビチック層が存在しても，特別にこの層の補正をする必要なく，C 即ち ξ を求めるのは同様の手段でよい事になる。この時深さ H を求める式は，

$$H=r_0\left\{1-\frac{r_d}{r_0}\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_{\tau_d}^{\tau}g(\tau)d\tau\right)\right\} \tag{2.43}$$

である。こゝに τ_d はモホロビチック層中を垂直に震波が進む $P\sim S$ である。これは $\tau-\xi$ 曲線から実測に基いて求められる。

こゝに再び注意する事は，（2.13），（2.19），（2.34），（2.43）の被積分函数，並びに上限下限の数値は全然同値である事である。しかし内容が異なるので，曲率を考えた場合は（2.35）に従つて

v を計算しなければならない。モホロビチック層のある際の ρ は,

$$\rho=\frac{r_d}{r_0}\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\int_{\tau_d}^{\tau} g(\tau)\,d\tau\right) \tag{2.44}$$

である。これを用いて (2.35) により v をを求めるわけである。

§ 3. 求　値

第1表　$\tau-v$ 又は $\tau-\xi$ の表

番号	年　月　日	震　央	$\tau=(P-S)_E$	v_h 又は ξ_h	調査者　発表雑誌	調査された深さ
			秒	km/sec		km
1	大正15年1月15日	宗谷海峡	28.0	8.1	和達清夫：気　集 昭3 (1928)	300
2	〃　7月27日	彦根附近	33.9	8.32	〃　：〃　昭2 (1927)	340
3	昭和2年1月15日	経ヶ崎沖	40.6	9.97	河角　広：〃	450
4	〃　11月11日	松本附近	20.0	8.0		190
5	〃　12月10日	新潟沖	18.5	7.8		160
6	〃　12月31日	荒川上流	12.0	7.8		140
7	3年3月29日	八丈島沖	44.0	9.63	和達清夫：G.M.7 昭8 (1933)	400
8	〃　5月21日	東京湾	8.2	7.32	鷺坂清信：気　集 昭3 (1928)	53
9	〃　6月3日	天草島	13.0	7.75	石川高見：験 第3 昭4 (1929)	70
10	4年6月3日	熊野灘	36.0	8.77	鷺坂清信：　〃	300
11	5年9月29日	鹿児島湾	30.0	8.5		260
12	6年1月9日	田沢湖	14.5	7.65	岡四四亥：験　第6 昭8 (1933)	130
13	〃　6月2日	本州中部	25.0	8.7	棚橋嘉市：海と空第11 昭6 (1931)	240
14	〃　6月30日	熊野灘	35.5	9.3	森田　稔：験 第9 昭12 (1937)	360
15	〃　11月12日	大島	12.0	7.4		100
16	7年4月4日	八丈島沖	41.0	8.85	本多弘吉：G.M. 8 昭10 (1935)	200
17	〃　4月28日	熊野灘	33.9	9.0	〃	320
18	〃　5月5日	大阪湾	36.0	9.5	〃	360
19	〃　7月25日	ビワ湖	35.0	9.0	竹花峰夫：験 第7 昭9 (1934)	360
20	〃　11月13日	日本海北部	34.0	9.26	本多弘吉：G.M 8 昭10 (1935)	400
21	8年9月6日	浜松沖	28.0	8.4		250
22	〃　12月5日	宗谷海峡	36.0	9.2	杵島　磨：験 第9 昭12 (1937)	350
23	10年4月15日	高山附近	28.0	8.94	鷺坂清信：験 第11 昭15 (1940)	270
24	14年12月16日	北海道東方沖	12.0	7.5	門脇関郎：験 第10 昭14 (1939)	80
25	15年11月18日	竜神附近	8.3	7.45	坂田勝茂：海と空第21 昭16 (1941)	80
26	3年9月25日	周防灘東部	7.5	7.5		
27	4年4月18日	鹿島灘	6.5	7.4		
28	9年4月7日	塩屋崎北東沖	8.5	8.0		
29	12年7月27日	金華山沖	7.0	7.5		
30	13年11月5日	福島県沖	11.0	7.8		
31	〃　11月6日	同	10.0	7.8		
32	〃　11月22日	同	8.0	7.6		
33	18年3月1日	茨城県土浦	7.0	7.2		
34	〃　6月17日	千葉県野島崎沖	7.0	7.8		
35	〃　7月1日	茨城県下妻	7.0	7.8		

験：験震時報 (中央気象台), G.M.：Geophysical Magazine (中央気象台)
気集：気象集誌

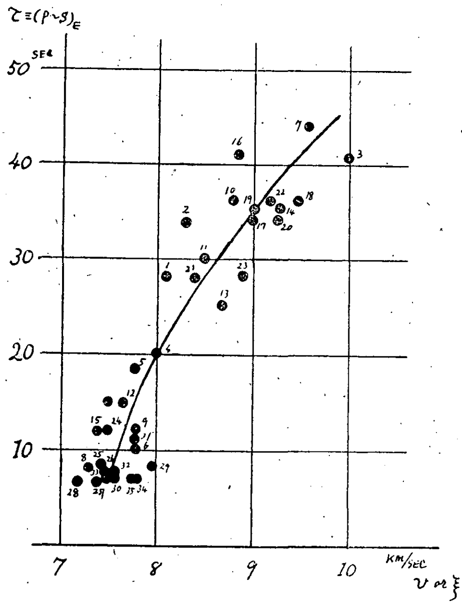

Fig. 5

先ず $\tau-v$ 又は $\tau-\xi$ 函数を求める。第1表に35の地震につき，その震央に於ける $P\sim S$ 即ち τ と震源に於ける v 又は ξ を求めた。これ等の地震の大部分は備考の欄に書いてあるように，各学者により詳しく求められたものである。これに基いて，$\tau-v$ 又は $\tau-\xi$ グラフを求めると第5図となる。図中の番号は表中の番号の地震によつて得られた値である。

これにより $\tau-v$ 又は $\tau-\xi$ 函数を求める。計算の都合上，

$$v=a+b\tau+c\tau^2 \text{（又は } v \text{ のかわりに } \xi \text{ としたもの。）} \tag{3.1}$$

までに止めて最小自乗法で係数を求めると，

$$a=7.361 \pm 0.14$$
$$b=0.0164 \pm 0.015$$
$$c=0.00086 \pm 0.00033 \tag{3.2}$$

となる。これは第5図の太い実線の様になる。これを用いると，(2.19) はモロビチック層の厚さを 50 km とすれば，d=50km であるから，

$$h=\frac{1}{\sqrt{3}-1}\Big[7.36\tau+0.0082\tau^2+0.000287\tau^3\Big]_{\tau_d}^{\tau}+50 \tag{3.3}$$

となる。こゝに τ_d は観測上 τ_d=6.5 sec である。

この h に対する v は，その τ に対する v であるから，(3.1) の $\tau\sim v$ 函数から求まる。

これより H と v との関係は第2表となる。誤差は a, b, c の誤差より生ずる Probable error である。こゝに (2.19) を採用して (2.13) を用いなかつたのは，第5図を見ても分るように，モホロビチック層を認めざるを得ないからである。もし認めないで従来の様に地表での v を 3.2km/sec と取るならば，この実測値よりみて，連続曲線でこの値を満足するようにする事は不自然に思われる。その上沢山の浅い地震の調査の結果は，この層を認めざるを得ないようになつておる[5]。この層の厚さ並びにその速度については多くの異論があるけれども，こゝでは厚さ 50 km とした。この真相については震源第9報で述べる積りである。

地球の曲率を考えると，(2.43) より，

$$H=r_0\left(1-\frac{r_d}{r_0}\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\Big[a\tau+\frac{b}{2}\tau^2+\frac{c}{3}\tau^3\Big]_{\tau_d}^{\tau}\right)\right) \tag{3.4}$$

(5) これについては震源第9報を参照されたい。

であり，(2.44) より，

$$\rho=\frac{r_d}{r_0}\exp\left(-\frac{1}{(\sqrt{3}-1)r_0}\left[a\tau+\frac{b}{2}\tau^2+\frac{c}{3}\tau^3\right]_{\tau d}^{\tau}\right)$$

$$\therefore v=\rho\xi$$

として，$H-v$ の関係が求まる。こゝに r_0，r_d は緯度35°に於ける値を用い，$r_0=6371.3635$km，$r_d=6321.3635$ km である，

こうして求めたものが第3表であり，それ等を整理して第4表を得た。

これ等を図示すると第6図となる。太線は曲率を考えない場合，破線は曲率を考えた場合である。

第2表　$H-v$の表I
（地球の曲率を考えない場合）

H 誤差		v 誤差	
km		km/sec	
50.0		7.50	
55.1		7.51	
86.1	± 3.2	7.61	±0.21
138.2		7.80	
192.8	±10.0	8.03	±0.36
248.4		8.31	
306.4	±23.2	8.63	±0.57
366.5		8.99	
429.2	±45.0	9.40	±0.82
494.9		9.85	

第3表　$H-v$ の表II
（地球の曲率を考えた場合）

H	v
km	km/sec
50.0	7.44
85.7	7.51
136.9	7.63
190.1	7.79
243.8	7.99
299.3	8.22
356.4	8.49
415.3	8.79
476.4	9.11

第4表　$H-v$ の表III

H	v_1(曲率を考えず)	v_2(曲率を考えて)
km	km/sec	km/sec
50	7.50	7.44
100	7.65	7.54
150	7.84	7.67
200	8.07	7.84
250	8.32	8.02
300	8.60	8.23
350	8.90	8.46
400	9.22	8.70
450	9.55	8.96
500	10.02	9.30

こうして速度分布は求まつた。これを従来求められておるものと比較してみよう。1935年Gutenbergが求めたものは[3]，今回の地球の曲率を考えないものとよく一致しておる。しかし曲率を考え

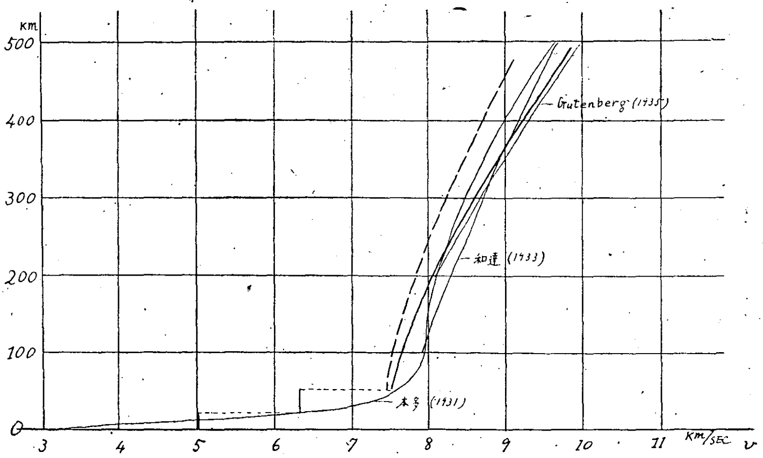

Fig. 6　速度分布
太線は地球の曲率を考えないもの，
破線は曲率を考えた場合

たものとはかなり違つておる。1931年本多弘吉博士が求められたものは(7)，曲率を考えた場合と考えない場合との中間に値しておる。1933年和達清夫博士が求められたものは(8)，今回の曲率を考えた場合と平行しておる。しかしこれ等はいずれも筆者の求めた速分布の誤差の範囲に入つていて，そう間違つた値ではない事を思わせる。従来求められた速度分布は誤差が求められていないが，これは大きなミスであつた。

第5表　$\tau-H$の表

$\tau\ (P-S)_E$	H(曲率を考えない場合)	H(曲率を考えた場合)
sec	km	km
6.5	50.0	50.0
7.0	55.1	
10.0	86.1	85.7
15.0	138.2	136.9
20.0	192.8	190.1
25.0	248.4	243.8
30.0	306.4	299.3
35.0	366.5	356.4
40.0	429.2	415.3
45.0	494.9	476.4

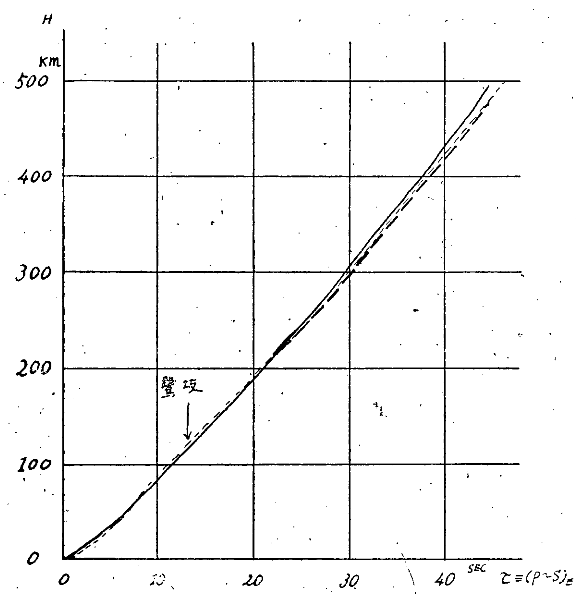

Fig.　7　$\tau-H$の図
太線は地球の曲率を考えない場合，破線は地球の曲率を考えた場合

次にこれは又地震の深さを決めるにも用いられる。それは走時曲線より$\dfrac{d\Delta}{dT}$の極小値を求めると，それはv_h又はξ_hであるから，第6図又は第2表，第3表からそれに相当した深さが求まる。この深さがそのまゝ地震の深さとなる。又震央での$P\sim S$が走時曲線から得られるので，その方からも地震の深さを求める事が出来る。(3.1) から$\tau-v$の関係が分り，(3.3) 又は (3.4) より$H-v$の関係が分るから，この二つの関係から$\tau-H$の関係が出る。第5表にその値が求めてある。第7図はこれを図示したものである。これより震央に於ける$P\sim S$からその地震の深さを求める事が出来る。

(6) B. Gutenberg & C. F. Richer : On Seismic Waves (Second paper), Gerl. Beiter. **45** (1935)
(7) (4)を参照の事
(8) K. Wadati & S. Oki : On the Travel-Time of Earthquake Waves (Part Ⅳ), Geophys. Mag. **7** (1933)

この図を見ても分る様に地球の曲率を考えても考えなくても，$\tau-H$の関係は大した影響がない。これは又鷺坂清信技官の求められた$\tau-H$の関係とよく一致しておる。

§ 4. 結

かくして多年の懸案になつていた速度分布と深さとを同時に決める方法が，大した不都合な仮定を設ける事なしに見付つた。これ等の求められた速度分布は従来のものとかなりの距りがある。それは従来の速度分布を求める際の仮定にあやまりがあるのではないかと思われる。モホロビチック層は観測結果から認めた方がいゝと思われる。この事は浅い地震の初動分布型式からも明らかである。和達清夫博士の用いられた仮定は，こゝに求まつた速度分布から見ても正しかつたと言える。その速度の増加率[10]は 3.9 に相当する。和達博士の場合は 4.2 であつた。しかしこの曲線と求つた速度分布とは完全に一致するものではない。

この様に速度分布は求めた人によつて，それぞれ異つた値及び傾向を示したけれども，先に述べたように震央に於ける$P\sim S$から深さを求める方法は，これ迄求められたものと大体一致してをる。これより地震の深さを求めるのはやはり，震央における$P\sim S$から求めた方がよいようである。

この方法は内部に不連続層があるかどうかまで一目りよう然とする所にいゝ所がある。しかし地震の起る深さ迄の速度分布しか求められない。

終りにのぞみ懇切なる御教示をたまわつた，中央気象台長和達清夫博士，東京大学教授松沢武雄博士に対して心から感謝致しております。　——昭. 23. 2. 18——

この論文の概説は昭和 23 年（1948）海と空第 26 号に発表したが，全ぼうは戦後の印刷能力の関係上発表出来なかつたものである。　——1952, 6. 20——

On the Origin of Earthquake (the 8 th paper)

On velocities of seismic waves and depth of earthquake

S. TAKAGI (*Training School for Meteorological Observer*)

The auther could find the distrbution of velocities of seimic wave and depth of earthquake together. The results are shown in Table 2, 4, and Fig. 6.

(9) 鷺坂清信：竹花峰夫：近地地震に於けるS波の走時表及び初期微動時表，験震時報第 8 巻(昭10. 1935)
(10) 前出 (10) 参照