

地殻の変動によるエネルギー

本 間 正 作*

§1. ま え が き

地震に際し震源域から放出されるエネルギーを算定することは極めて重要であり、深発地震については、可成り正当らしい理論的基礎も出来ているが、浅発性の地震に関しては未だ甚だ不十分である。アメリカでは Richter の器械的 Magnitude Scale からエネルギーを算出する公式が用いられているが⁽¹⁾、日本では鷺坂氏が有感半径とエネルギーの関係を示す曲線を決められた⁽²⁾。鷺坂氏の研究は 1930 年 11 月 26 日の北伊豆地震のエネルギーを、その時生じた丹那断層を中心とする地殻変動から推算したものに基礎を置いているから、これがどの位の精度に決るか、結果に重要な関係を持つ事になる。そこで鷺坂氏とは別の仮定から計算したらどの位違った結果になるかを当つて見た。

§2. 計 算

東方に x 軸、北方に y 軸、鉛直下方に z 軸ととり $z=0$ を地表とする。 x, y, z 方向の弾性的変位を (u, v, w) とすると地殻の釣合の式は

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2(u, v, w) &= -\frac{\lambda+\mu}{\mu} \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta, & (2.1) \\ \Delta &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}, & (2.2) \\ \nabla^2 \Delta &= 0 & (2.3) \end{aligned} \right.$$

となる。これらの特解として

$$\Delta = (A \operatorname{ch} nz + A' \operatorname{sh} nz) \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my, \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ \left(B - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} \frac{l}{n} A' z \right) \operatorname{ch} nz + \left(B' - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} \frac{l}{n} A z \right) \operatorname{sh} nz \right\} \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my, \\ v &= \left\{ \left(C - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} \frac{m}{n} A' z \right) \operatorname{ch} nz + \left(C' - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} \frac{m}{n} A z \right) \operatorname{sh} nz \right\} \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} my, \\ w &= \left\{ \left(D - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} A' z \right) \operatorname{ch} nz + \left(D' - \frac{\lambda+\mu}{2\mu} A z \right) \operatorname{sh} nz \right\} \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

$$n^2 = l^2 + m^2 \quad (2.6)$$

とおく事が出来る。たゞし (2.2) より

* 地震観測所

(1) B. Gutenberg and C. F. Richter; Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration, Bull. Seis. Soc. Amer., 32, 163—191 (1942).

(2) 鷺坂清信; 地震のエネルギー, 驗震時報, 10, 385—458 (1940).

$$\left. \begin{aligned} l\mathbf{B}+m\mathbf{C}-n\mathbf{D}' &= -\frac{\lambda+3\mu}{2\mu} \mathbf{A}, \\ l\mathbf{B}'+m\mathbf{C}'-n\mathbf{D} &= -\frac{\lambda+3\mu}{2\mu} \mathbf{A}'. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

地表 $z=0$ で $Z_s=0$, $X_s=0$, $Y_s=0$ とすると

$$\mathbf{A}' = \frac{2\mu}{\lambda+2\mu} n\mathbf{D}, \quad \mathbf{B}' = -\frac{\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{l}{n} \mathbf{D}, \quad \mathbf{C}' = -\frac{\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{m}{n} \mathbf{D},$$

$$\mathbf{D}' = -\frac{\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{l\mathbf{B}+m\mathbf{C}}{n}, \quad \mathbf{A} = -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}).$$

それゆえ変形成分は

$$\Delta = -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu} \left\{ (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) \operatorname{ch} nz - n\mathbf{D} \operatorname{sh} nz \right\} \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my,$$

$$e_{xx} = -l \left[\left(\mathbf{B} - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{l}{n} \mathbf{D} nz \right) \operatorname{ch} nz - \left\{ \frac{\mu}{\lambda+2\mu} \mathbf{D} - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) z \right\} \frac{l}{n} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my,$$

$$e_{yy} = -m \left[\left(\mathbf{C} - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{m}{n} \mathbf{D} nz \right) \operatorname{ch} nz - \left\{ \frac{\mu}{\lambda+2\mu} \mathbf{D} - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) z \right\} \frac{m}{n} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my,$$

$$e_{zz} = \left[\left\{ \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} n\mathbf{D} nz \right\} \operatorname{ch} nz \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\mu}{\lambda+2\mu} n\mathbf{D} + \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) nz \right\} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my,$$

$$e_{xy} = \left[\left(m\mathbf{B} + l\mathbf{C} - 2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{lm}{n} \mathbf{D} nz \right) \operatorname{ch} nz \right. \\ \left. - \left\{ 2 \frac{\mu}{\lambda+2\mu} \mathbf{D} - 2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) z \right\} \frac{lm}{n} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} my,$$

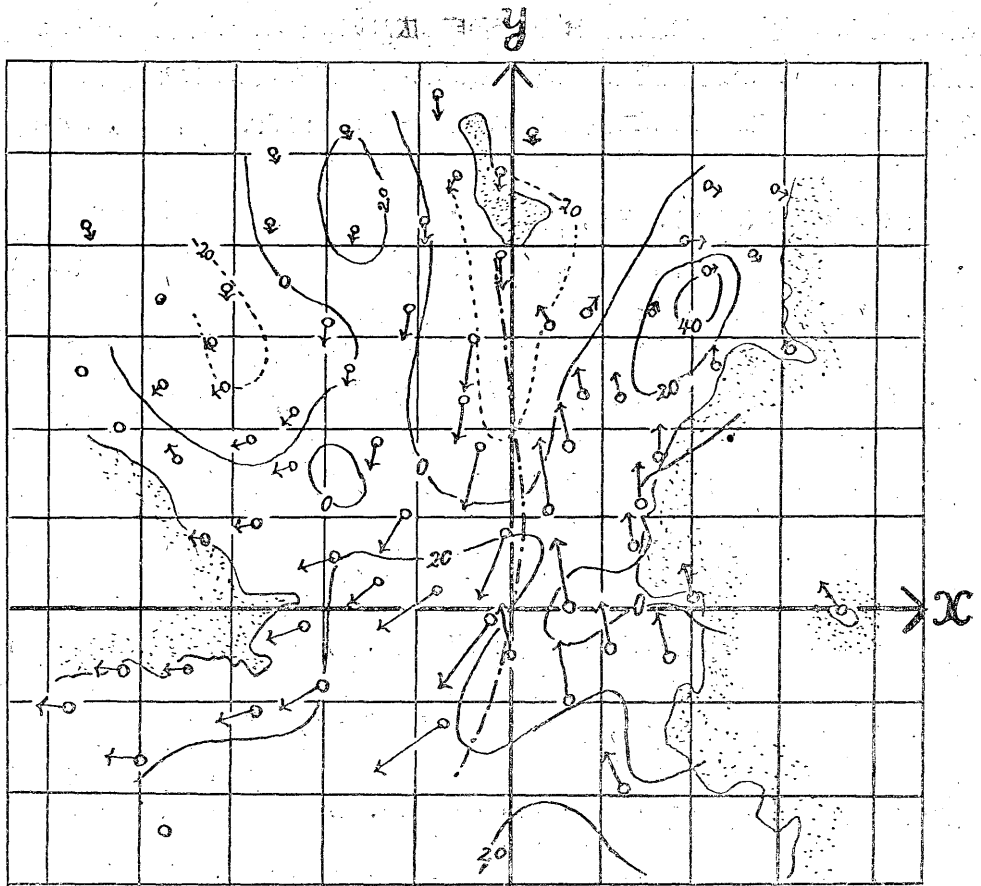
$$e_{xz} = \left[2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) lz \operatorname{ch} nz \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{l}{n} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) + n\mathbf{B} - 2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} l\mathbf{D} nz \right\} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} my,$$

$$e_{yz} = \left[2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) mz \operatorname{ch} nz \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{m}{n} (l\mathbf{B}+m\mathbf{C}) + n\mathbf{C} - 2 \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} m\mathbf{D} nz \right\} \operatorname{sh} nz \right] \cdot \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} lx \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} my. \quad (2.8)$$

\mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} は地表における変位分布から決まる。

さて昭和5年11月26日の北伊豆地震の際の地表の変位は変動のあつた全区域について測つてはいないで東方は相模湾内で不明瞭でるし、南方は相当変位の大きい地域も三角網外に出ているから、変位を座標の函数として完全に表わすことは不可能である。又丹那断層の西と東で変位の性質が相当違い、芦の湖以北も又性質が違うが、ここでは極く大体のことを現わすものとして

$$\begin{aligned}
 u_{z=0} &= U \cos lx \cos my, \\
 v_{z=0} &= \begin{cases} V \cos lx \cdot \cos my, & (x > 0) \\ -V \cos lx \cdot \cos my, & (x < 0) \end{cases} \\
 w_{z=0} &= W \sin 2lx \sin 2my, \\
 \left(\frac{\pi}{2} \geq lx \geq -\frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} \geq my \geq -\frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$



0 200 cm.

Fig. 1. Distribution of surface displacement.

Arrows: Direction of horizontal displacement, the magnitude of which is equal to the length measured by the scale below this figure.

Full and dotted lines: Line of equal vertical displacement. Full line shows upheaval and dotted line subsidence. Figure on the line indicates the magnitude in cm.

Chain line: Fault line. Mesh lines are drawn at every 4 km.

とおき、丹那断層は y 軸と一致するものとする。この表現式は山口博士の論文⁽³⁾附図から仮定したもので、実際には

$$\left. \begin{aligned} l &= m = \frac{n}{\sqrt{2}}, \\ n &= 0.15 \times 10^{-5}, \\ U &= -50 \text{ cm.}, \quad V = 120 \text{ cm.}, \quad W = -20 \text{ cm.} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

とする。これは地変が断層を中心にして一辺 29.6 km の正方形内のみ分布しているという事である。(才1図)。Wの数值隆起部と沈降部が大体同程度の広がりになるように零線をずらしてある。本多博士と三浦氏⁽⁴⁾はこの地殻変動を地表に象限形に作用する半径方向の力による変位と比較されたが、これでは変位が互に直交する二直線上で0とならなければならないから、実際の状況とは定性的に一致しない。

(2.9) を (2.4) 及び (2.8) に代入し、簡単のため

$$\xi = lx, \quad \eta = my, \quad \zeta = nz \quad (2.11)$$

とおくと、 $x > 0 \therefore \xi > 0$ の時は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} \Delta = AW \sin 2\xi \sin 2\eta - BV \cos \xi \sin \eta - BU \sin \xi \cos \eta, \\ \frac{1}{n} e_{xx} = CW \sin 2\xi \sin 2\eta - DV \cos \xi \sin \eta - EU \sin \xi \cos \eta, \\ \frac{1}{n} e_{yy} = CW \sin 2\xi \sin 2\eta - EV \cos \xi \sin \eta - DU \sin \xi \cos \eta, \\ \frac{1}{n} e_{zz} = -FW \sin 2\xi \sin 2\eta + GV \cos \xi \sin \eta + GU \sin \xi \cos \eta, \\ \frac{1}{n} e_{xy} = -2CW \cos 2\xi \cos 2\eta - HV \sin \xi \cos \eta - HU \cos \xi \sin \eta, \\ \frac{1}{n} e_{xz} = -IW \cos 2\xi \sin 2\eta - JV \sin \xi \sin \eta + KU \cos \xi \cos \eta, \\ \frac{1}{n} e_{yz} = -IW \sin 2\xi \cos 2\eta + KV \cos \xi \cos \eta - JU \sin \xi \sin \eta, \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

$x < 0 \therefore \xi < 0$ なら V の代りに $-V$ とおく。ここで $\lambda = \mu$ とすると、

(3) S. Yamaguti; Deformation of the Earth's Crust in Idu Peninsula in Connection with the Destructive Idu Earthquake of Nov. 26, 1930., Bull. Earthq. Res. Inst., 15 (1937), 899-934.

(4) H. Honda and T. Miura; On the Strain produced in a Semi-infinite Elastic Solid by Statical Surface Force, with Some Applications to Seismology., Geophys. Mag., 9 (1953), 61-81.

$$\left. \begin{aligned}
 A &= 2 \operatorname{sh} 2\zeta, \\
 B &= \frac{\operatorname{ch} \zeta}{\sqrt{2}}, \\
 C &= \frac{4}{3} \zeta \operatorname{ch} 2\zeta + \frac{1}{3} \operatorname{sh} 2\zeta, \\
 D &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \zeta \operatorname{sh} \zeta, \\
 E &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{ch} \zeta + \frac{1}{3\sqrt{2}} \zeta \operatorname{sh} \zeta, \\
 F &= 2 \left(\frac{4}{3} \zeta \operatorname{ch} 2\zeta - \frac{1}{3} \operatorname{sh} 2\zeta \right), \\
 G &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \operatorname{ch} \zeta + \frac{\sqrt{2}}{3} \zeta \operatorname{sh} \zeta, \\
 H &= \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{ch} \zeta + \frac{\sqrt{2}}{3} \zeta \operatorname{sh} \zeta, \\
 I &= \frac{8}{3} \sqrt{2} \zeta \operatorname{sh} 2\zeta, \\
 J &= \frac{2}{3} \zeta \operatorname{ch} \zeta + \frac{1}{6} \operatorname{sh} \zeta, \\
 K &= \frac{2}{3} \zeta \operatorname{ch} \zeta + \frac{7}{6} \operatorname{sh} \zeta.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

地殻変動の及んでいる深さを h とすると、この層内に含まれる弾性歪エネルギー Φ は

$$2 \Phi \equiv \int_0^h dz \int_{-\pi/2l}^{\pi/2l} dx \int_{-\pi/2l}^{\pi/2l} dy \left\{ (\lambda + 2\mu) \Delta^2 + \mu (e_{xy}^2 + e_{xz}^2 + e_{yz}^2 - 4e_{xx}e_{yy} - 4e_{yy}e_{zz} - 4e_{zz}e_{xx}) \right\} dy \quad (2.14)$$

$$\therefore \Phi = \frac{\mu}{2l^2 n} \int_0^{nh} d\zeta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\xi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\eta \left\{ \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \Delta^2 + e_{xy}^2 + e_{xz}^2 + e_{yz}^2 - 4e_{xx}e_{yy} - 4e_{yy}e_{zz} - 4e_{xx}e_{zz} \right\} d\eta.$$

(2.12) を代入すると

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \frac{\mu}{n} \left[\frac{\pi^2}{4} W^2 \int_0^{nh} \left(\frac{4}{3} A^2 + 2I^2 + 8CF \right) d\zeta \right. \\
 &\quad + \frac{\pi^2}{4} (U^2 + V^2) \int_0^{nh} \left\{ \frac{4}{3} B^2 + H^2 + J^2 + K^2 - 4DE + 4G(D+E) \right\} d\zeta \\
 &\quad \left. - \frac{16}{9} VW \int_0^{nh} \left\{ \frac{8}{3} AB + CH + I(J+K) + 8CG - 4(C-F)(D+E) \right\} d\zeta \right] \\
 &= \frac{\mu}{n} \left\{ (8.7730 R_1 + 70.184 R_2) W^2 \right. \\
 &\quad + (4.5236 S_1 + 3.42695 S_2 + 8.7730 S_3 + 2.19325 S_4) (U^2 + V^2) \\
 &\quad \left. - (3.2125 T_1 + 12.850 T_2 + 6.6113 T_3 + 8.56675 T_4 + 8.9392 T_5) WV \right\},
 \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \int_0^{nh} \operatorname{sh}^2 2\zeta d\zeta, & R_2 &= \int_0^{nh} \zeta^2 (\operatorname{ch}^2 2\zeta + \operatorname{sh}^2 2\zeta) d\zeta, \\
 S_1 &= \int_0^{nh} \operatorname{ch}^2 \zeta d\zeta, & S_2 &= \int_0^{nh} \operatorname{sh}^2 \zeta d\zeta, & S_3 &= \int_0^{nh} \zeta \operatorname{ch} \zeta \operatorname{sh} \zeta d\zeta, & S_4 &= \int_0^{nh} (\operatorname{ch}^2 \zeta + \operatorname{sh}^2 \zeta + \operatorname{sh}^2 \zeta) d\zeta, \\
 T_1 &= \int_0^{nh} \operatorname{ch} \zeta \operatorname{ch} 2\zeta d\zeta, & T_2 &= \int_0^{nh} \zeta \operatorname{ch} \zeta \operatorname{ch} 2\zeta d\zeta, & T_3 &= \int_0^{nh} \zeta \operatorname{sh} \zeta \operatorname{sh} 2\zeta d\zeta, \\
 T_4 &= \int_0^{nh} \zeta^2 \operatorname{sh} \zeta \operatorname{ch} 2\zeta d\zeta, & T_5 &= \int_0^{nh} \zeta^2 \operatorname{ch} \zeta \operatorname{sh} 2\zeta d\zeta.
 \end{aligned}$$

今

$$\phi = \frac{\mu}{n} \left\{ \alpha W^2 + \beta (U^2 + V^2) - \gamma WV \right\} \quad (2.15)$$

と書く、と色々の h に対して才1表の如くなる。

Table 1. Relation between the Depth of Fault and the Energy of the North-Izu Earthquake of Nov. 26, 1930.

h (km.)	α	β	γ	$\mu \times 10^{-11}$ (C.G.S.)	ϕ (erg.)
1	1.279×10^{-1}	7.349×10^{-1}	2.270×10^{-1}	1.6	1.388×10^{21}
2	1.268	14.40	1.037	1.8	2.956×10^{22}
4	2.063×10	3.425×10	0.6690×10	2.0	8.041×10^{22}
7	4.417×10^2	0.9313×10^2	0.5783×10^2	2.2	2.771×10^{23}
10	5.966×10^3	0.2429×10^3	0.3980×10^3	3.1	1.539×10^{24}

この中 μ は鷺坂氏⁽⁵⁾の求められたものから各深さに対する平均値を出し、 ϕ はこの μ と (2.10)

の数値から算出した。才2図には h と $\log_{10} \phi$ との関係を図示した。

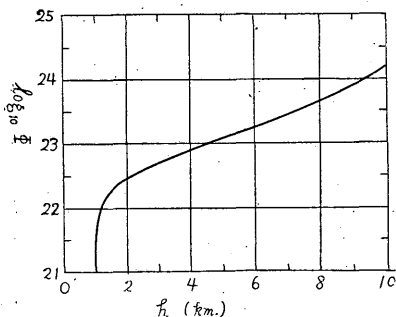


Fig. 2. Relation between the energy ϕ of the Izu-earth-quake of Nov. 26, 1930 and the depth h to which the crustal deformation is assumed to be extended. Unit of ϕ is erg.

この図から分るように ϕ の値は $h=1.1$ 軒までは 10^{21} エルグ、4.6 軒までは 10^{22} 、9.4 軒までは 10^{23} エルグのオーダーであつて鷺坂氏の計算では $h=5$ 軒で 4×10^{21} エルグであつたから今度求めた値は 1 軒か 2 桁大きい。

§ 3. 考 察

前節の計算では地表における条件しか与えていないが解が ϵ について双曲線函数を含むから深くなる程変位も歪も増大する故ある深さで破壊の限界に達し、こ

の ϵ が断層運動の及んでいる深さ h と考えるべきであろう。才2表には色々の h に対する歪成分を示した。 $h=10$ 軒になると歪成分の多くは 10^{-3} に達する。地殻の破壊の限度は 10^{-4} のオーダーの歪とされているから、鷺坂氏のように5軒内外の深さを仮定する事は適当であつて、これに対するエネルギーは才2図から分るように 10^{23} のオーダーである。

このように大きい ϕ の値の出る理由として U, V, W の値を (2.10) のように考えては大きすぎて、地表の極く附近だけが特に弾性的変位以上に移動したためであると想像出来ぬこともない。仮に $h=5$ 軒として才2図より $\log_{10} \phi = 23.1$ であるが、鷺坂氏の結果 $\phi = 4 \times 10^{21}$ エルグまで、こ

(5) 鷺坂清信; 前掲 (2)

Table 2 Calculated Strain Components.

h (km)	e_{xx}			e_{yy}		
	$\sin 2lx \sin 2ly$	$\cos lx \sin ly$	$\sin lx \cos ly$	$\sin 2lx \sin 2ly$	$\cos lx \sin ly$	$\sin lx \cos ly$
0	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$	5.30×10^{-5}	$0. \times 10^{-5}$	-12.7×10^{-5}	$0. \times 10^{-5}$
1	-0.93	-0.96	5.76	-0.93	-13.8	0.40
2	-2.06	-3.88	7.16	-2.06	-17.2	1.62
4	-5.86	-16.2	13.0	-5.86	-31.3	6.75
7	-21.4	-55.9	31.8	-21.4	-76.3	23.3
10	-70.4	-135.5	68.9	-70.4	-165.5	56.5

h (km)	e_{zz}			e_{xy}		
	$\sin 2lx \sin 2ly$	$\cos lx \sin ly$	$\sin lx \cos ly$	$\cos 2lx \cos 2ly$	$\sin lx \cos ly$	$\cos lx \sin ly$
0	$0. \times 10^{-5}$	4.24×10^{-5}	-1.77×10^{-5}	$0. \times 10^{-5}$	-12.7×10^{-5}	5.30×10^{-5}
1	0.65	4.48	-1.88	1.86	-13.1	5.44
2	1.57	5.21	-2.17	4.12	-14.1	5.87
4	5.67	8.27	-3.45	11.7	-18.3	7.64
7	26.8	18.0	-7.49	42.9	-31.6	13.2
10	100.8	37.1	-15.5	140.9	-57.0	23.8

h (km)	e_{xz}			e_{yz}		
	$\cos 2lx \sin 2ly$	$\sin lx \sin ly$	$\cos lx \cos ly$	$\sin 2lx \cos 2ly$	$\cos lx \cos ly$	$\sin lx \sin ly$
0	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$	$0. \times 10^{-5}$
1	0.52	-2.27	-2.08	0.52	4.98	0.95
2	2.16	-4.68	-4.23	2.16	10.16	1.95
4	10.2	-10.4	-9.13	10.2	21.9	4.35
7	47.8	-24.0	-19.4	47.8	46.5	9.99
10	170.0	-48.7	-36.3	170.0	87.1	20.3

の値を減らすために、変位 U, V, W を一様に σ 倍にするものとすれば、エネルギーは σ^2 に比例するから

$$\log_{10} \sigma^2 = \log_{10}(4 \times 10^{21}) - 23.1 = -1.5,$$

$$\therefore \sigma = 0.18,$$

即ち 1/5 にしなければならぬ。これは余小さすぎるし、その上この時は歪も皆才二表の値の 1/5 になるから破壊限界内の歪区域として $h=10$ 糎位まで採れる。才 2 図を 1.5 だけ引降した曲線の $h=10$ 糎の値から

$$\log_{10} \phi = 24.2 - 1.5 = 22.7$$

$$\therefore \phi = 5 \times 10^{22} \text{ エルグ}$$

の弾性エネルギーは保有出来ることになり、やはり 4×10^{21} エルグより 1 桁大きくなる。

次に地殻変動のあつた面積において鷺坂氏の場合は長径は南北 30 杆, 短径は東西 18 杆の楕円にとられたのに反し, 今回は南北の大きさは略同一であるが, 東西のひろがりか 5/3 倍になっている点に違いがあるが, そのために結果のオーダーまで違つて来るとは考えにくい。東西の巾を $1/p$ にちぢめると, エネルギーの分布する面積も $1/p$ に減少するから, もし $\partial/\partial x(u, v, w)=0$ であつたとしても歪及びエネルギー密度は元のまゝだから, Φ は $1/p$ (今の場合 3/5) になるにすぎない。もし $\partial/\partial y, \partial/\partial z$ が 0 で $\partial/\partial x(u, v, w)$ のみ残るような変形なら, 歪は p 倍, エネルギー密度は p^2 倍になるから, Φ は p 倍 (即ち 5/3 倍) になる。一般にはこの両極端の間にあると考えればよいから, Φ のオーダーは変らないであろう。

地殻変形により蓄えられたエネルギーの全部は波動勢力にならないで一部は断層が出来る時, 両面に生じた摩擦力の仕事として消費される。このようなものを見積るための明確な基準は無いが, ここでは次のように考えた。地表に与えた変位 U, W に由来する地中の変位は総て連続であるが V に由来する変位だけが $x=0$ で不連続である。(2.5) 及び (2.7) にて $B=D=0, C=\pm V, \lambda=\mu, l=m=n/\sqrt{2}$ とおいて, 断層面 $x=0$ における変位を求めると, これが不連続な変位を与えるもので,

$$\begin{cases} u=0, \\ v = \pm \left(\text{ch } \zeta + \frac{\zeta}{3} \text{sh } \zeta \right) V \cos \eta, \\ w = \pm \frac{1}{3\sqrt{2}} (2\zeta \text{ch } \zeta - \text{sh } \zeta) V \sin \eta, \end{cases}$$

但し \pm は $x \geq 0$ に対応する。単位面積当の摩擦力 (これは一般に y, z 従つて η, η の函数) の y, z 成分を夫々 f_y, f_z とすると, これがなす仕事 Φ_f は

$$\Phi_f = \int_0^h dz \int_{-\pi/2l}^{\pi/2l} \left\{ \int_0^{|v|} f_y dv + \int_0^{|w|} f_z dw \right\} dy = \frac{1}{ln} \int_0^{nh} d\zeta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ \int_0^{|v|} f_y dv + \int_0^{|w|} f_z dw \right\} d\eta.$$

v, w の増分 dv, dw は V をます事によつて得られるものとする。又 f_y, f_z 色々の点 η, ζ における値中の最大値を f とすると

$$\begin{aligned} \Phi_f &< \frac{fV}{ln} \int_0^{nh} d\zeta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ \left| \left(\text{ch } \zeta + \frac{\zeta}{3} \text{sh } \zeta \right) \cos \eta \right| + \frac{1}{3\sqrt{2}} \left| (2\zeta \text{ch } \zeta - \text{sh } \zeta) \sin \eta \right| \right\} d\eta \\ &= \frac{2\sqrt{2}fV}{n^2} \int_0^{nh} \left\{ \text{ch } \zeta + \frac{\zeta}{3} \text{sh } \zeta + \frac{1}{3\sqrt{2}} (2\zeta \text{ch } \zeta - \text{sh } \zeta) \right\} d\zeta \\ &= \frac{3\sqrt{2}fV}{3n^2} \left\{ 2 \text{sh } nh + nh \text{ch} + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ch } nh - 1) + \sqrt{2} nh \text{sh } nh \right\} \\ &= 0.503f \left\{ 2 \text{sh } nh + nh \text{ch } nh + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ch } nh - 1) + \sqrt{2} nh \text{sh } nh \right\} \times 10^{14} \end{aligned}$$

さて $x=0$ 面附近の歪が増大して破壊 (断層面) が生じた瞬間, すべり出すためには, その切線

応力 $\mu\sqrt{e_{xy}^2+e_{xz}^2}$ が $\sqrt{f_y^2+f_z^2}$ より大きくなつていなければならない。才2表から $h=4$ 秆にすると e_{xy} や e_{xz} は 10^{-4} のオーダーだから、これに μ をかけて切線応力は高々 10^8 (C.G.S.) である。そこで $f=10^8$ とおくと、 $\Phi_f < 0.503 \times 10^8 \times 2.556 \times 10^{14} = 1.29 \times 10^{22}$ となる。 $h=10$ 秆ならば f は 10^9 で十分であつて $\Phi_f < 0.503 \times 10^9 \times 13.16 \times 10^{14} = 6.62 \times 10^{23}$ となる。これに対し才1表の値は夫々 8.04×10^{22} 及び 15.4×10^{23} であるから、 Φ_f は Φ の 16% 以下及び 43% 以下に相当する。その確定的数値は分らないが少く共摩擦のために波動エネルギーのオーダーを変える程の修正は行われまい。

最後に一般にエネルギーの計算について注意しなければならぬ事は残留応力の影響である。残留応力といつても、ここでは微小歪の範囲に限ることとする。地殻がある実体力の作用で歪の状態にあり、大地震に際し実体力に急激な変化があつて地殻変動を生じたとする。実体力が全然ない状態に対し、初めの歪状態の変位を (u_1, v_1, w_1) 、エネルギー密度を φ_1 とし、地震後の歪状態の変位を (u_2, v_2, w_2) 、とエネルギー密度を φ_2 とし、両状態の変位差を

$$u_1 - u_2 = u, \quad v_1 - v_2 = v, \quad w_1 - w_2 = w$$

とする。実体力は作用形式は決つていて大きさだけが $Q_1 - (1+p)Q$ から $Q_2 = pQ$ に変わるものとする。変位はこの力に比例するから

$$(u_1, v_1, w_1) = (1+p)(u, v, w), \quad (u_2, v_2, w_2) = p(u, v, w)$$

である。 (u, v, w) から (2.14) により出したエネルギー密度を φ とすると、(2.14) を参照して

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \{(1+p)^2 - p^2\}\varphi = (1+2p)\varphi.$$

実際のエネルギー差 $\varphi_1 - \varphi_2$ と見掛けのエネルギー φ との比は次のようになる。

Q_1/Q_2	-1	-2	-4	$\pm\infty$	10	5	3	2	1.5	1.2	1
$\varphi_1 - \varphi_2 / \varphi$	0	0.33	0.6	1	1.22	1.5	2	3	5	11	∞

見掛けのエネルギーの方が大きく出る条件は地震前後の実体力、従つて歪が反対方向になる事での可能性は少ない。むしろ実体力が完全に消失しないで残留値が若干あり $\varphi_1 - \varphi_2 / \varphi$ が 1 より大きく出る可能性の方が強い。どちらにしても前節の計算の結果のオーダーは変るまい。

以上のように種々の条件を考慮しても、求めたエネルギーの桁を下げるには至らないのであるが、エネルギーに関する全く別個の考え方に B. Gutenberg と C. F. Richter の公式がある⁽⁶⁾。それによると震源の深さ (H) 20 秆内外の地震について、有感半径を R (秆) とすると

$$\log_{10} \Phi = 11.1 + 6.4 \log_{10} R - 3.2 \log_{10} H$$

となる。北伊豆地震では $R=450$ 秆であるから、色々の H に対する $\log_{10} \Phi$ は才3図のようになる。これによると $H=5 \sim 10$ 秆では $\Phi=0(10^{25})$, $H=10 \sim 18$ 秆で $\Phi=0(10^{24})$ であるから、この

(6) B. Gutenberg and C. F. Richter: loc. cit. (2)

算定式はたしかに過大な値を与えると思われる。

§ 4. 結 び

1930年11月26日の北伊豆地震のエネルギーを、この時起つた地殻変動により推定される地殻前の弾性歪エネルギーと等しいとして求めることは鷺坂氏により詳しく研究されたが、ここでは変動が地殻上層のある厚さの中だけに限られると言う仮定の下に弾性論的に計算した。そうすると

エネルギーは 10^{23} エルグ程度と出た。歪が地下破壊界を限越えていないかどうか、地表で測量された変位が実際地震時に生じた弾性的変位より大きく出る可能性、変動のあつた面積の違い、断面ですべる爲の摩擦によるエネルギーの損失及び変動前後における弾性的歪の状態の影響などを考慮に入れてもこの数値の桁を変える事は出来ない。Gutenberg 及び Richter の公式では、これより更に桁が高くなる。そんな結果はもちろん余り大きすぎて信用出来ないが、私の出した値が必しも大きすぎるものでないことを主張するには消極的に役に立たぬこともあるまい。私の計算で問題となる点の一つは地表における変位分布式の仮定であるもし変動区域の全面積にかたつて変位分布が稠密に測定されているなら、変動区域を $-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$ 内に含ましめ、地表の変位は

$$\begin{aligned}
 u_{z=0} &= \sum_i \sum_j \left\{ U_{ij}^{(1)} \cos\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \cos\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) + U_{ij}^{(2)} \cos\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \sin\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) \right. \\
 &\quad \left. + U_{ij}^{(3)} \sin\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \cos\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) + U_{ij}^{(4)} \sin\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \sin\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) \right\}, \\
 v_{z=0} &= \sum_i \sum_j \left\{ V_{ij}^{(1)} \cos\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \cos\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) + \dots + \dots + \dots \right\}, \\
 w_{z=0} &= \sum_i \sum_j \left\{ W_{ij}^{(1)} \cos\left(i \frac{2\pi}{a} x\right) \cos\left(j \frac{2\pi}{b} y\right) + \dots + \dots + \dots \right\}.
 \end{aligned}$$

の形にフーリエの2重級数に展開出来る。ここに $U_{ij}^{(1)}, \dots$ は常数であるから、各項に応じた、地中の歪は §2 の方法で求め、それから (2.14) の方式でエネルギー Φ_{ij} を求めうる。フーリエ級数の直交性により、全体のエネルギー Φ は各項毎のエネルギー Φ_{ij} の総和であることが容易に分る。 Φ_{ij} を求める時、歪の式の中に入る $\text{sh } nz$ や $\text{ch } nz$ の $n = 2\pi\sqrt{(i/a)^2 + (j/b)^2}$ が大きい程、 Φ_{ij} が大きく出るとは推察に難くない。しかもこの傾向は h を仮定する時特に著しい。これは才1表でもよく現われていて垂直変位の分布波長が水平変位のものの半分であるため、 $h > 7$ になると (2.15) 式の W^2 の係数 α が β をはるかに凌駕するのである。この事実により地表の変位を調和分析すると高次の項の方が余計に結果を左右し勝ちになり、現在の程度の三角点や水準測量線の稠密度では理想的な計算は不可能である。

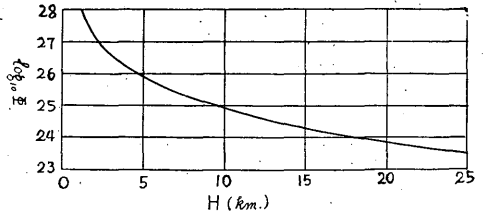


Fig. 3 Relation between energy Φ of the Izu-earthquake of Nov. 26, 1930 and is focal depth H , derived from Gutenberg and Richter's formula. Unit of Φ is erg.