

## 海底變動の進行によつて生ずる波 (1)

本 間 正 作\*

§. 1 まえがき 昭和21年12月21日の南海道地震にともなつた津浪は震央より北西側の四國南岸方面に特に早く到達したから、地震とともに海底の地形變動が震央の西方に擴大したと考えられている。(1) このように海底の變動が時間とともに移動した時起る海面の波を一般的に論ずることはやゝ複雑になるから次の折にゆすることにして、ここでは簡単なモデルを Kelvin の方法(2)に従つて扱う。

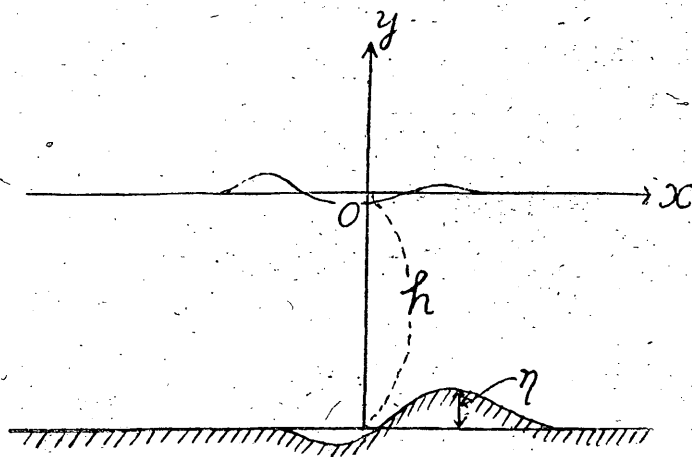
すなわち海底變動が一定速度  $C$  で水平な  $x$  軸にそつて負の方向に進行し続け、これに直角な水平軸の方向に進行し続けこれに直角な水平軸の方向には事情が變化していないとみる。

§. 2 解 式 鉛直上方に  $y$  軸をとり、平均海水面を  $y=0$ 、海底を  $y=-h$  とする(第1圖)。海底の鉛直變位を  $\eta$  とし最初は

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma \cos k(x+ct) \quad (1)$$

とおく。複素速度ポテンシャル  $w = \phi + i\psi$  が  $z = x + ct + iy$  の次のような正則函数とする。

第 1 圖



\* 松代地震観測所

(1) 昭和21年12月21日南海道大地震調査概報(昭和22年)中央氣象臺 12-16(竹花峰夫, 清水良作, 戸松喜一, 三氏報文)

(2) Lamb, Hydrodynamics, 4th ed. (1916) 399-401

$$w = -cz + iac \sin(kz) - \beta c \cos(kz), \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi &= -c(x+ct) - c\{a \operatorname{sh}(ky) + \beta \operatorname{ch}(ky)\} \cos k(x+ct), \\ \Psi &= -cy + c\{a \operatorname{ch}(ky) + \beta \operatorname{sh}(ky)\} \sin k(x+ct), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで  $a, \beta$  は小さい常數。

次に壓力を  $p$ , 密度を  $\rho$  とすると Bernoulli の法則により

$$p/\rho = \text{const.} - gy - \frac{1}{2} \left| \frac{dw}{dz} \right|^2. \quad (4)$$

$0(a^2), 0(\beta^2)$  を省略すると自由表面の流線  $\Psi = 0$  は

$$y = a \sin k(x+ct). \quad (5)$$

この値に對して  $\frac{dw}{dz} = -c + ck\{ia \cos k(x+ct) + \beta \sin k(x+ct)\}$  であるから  $\left| \frac{dw}{dz} \right|^2 = c^2\{1 - 2k\beta \sin k(x+ct)\}$ 。これと (5) を (4) に入れ

$$p/\rho = \text{const} - ga \sin k(x+ct) - \frac{c^2}{2} + c^2 k\beta \sin k(x+ct)$$

で、この値は一定だから

$$\beta = \frac{g}{c^2 k} a \quad (6)$$

(2) と (6) を利用して海底の鉛直速度は

$$J \left[ \frac{dw}{dz} \right]_{y=-h} = cka \{ \operatorname{ch}(kh) - \frac{g}{c^2 k} \operatorname{sh}(kh) \} \cos k(x+ct). \quad (7)$$

(1) と (7) が等しいことから

$$a = \frac{1}{c} \cdot \frac{\gamma}{k \operatorname{ch}(kh) - \frac{g}{c^2} \operatorname{sh}(kh)}$$

であるから、(5) により海面の鉛直變位は

$$y = \frac{1}{c} \cdot \frac{\gamma}{k \operatorname{ch}(kh) - \frac{g}{c^2} \operatorname{sh}(kh)} \sin k(x+ct). \quad (8)$$

もし (1) の代りに

$$\frac{d\eta}{dt} = c \cdot F(x+ct) \quad (9)$$

であるなら  $F(x+ct) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty F(\xi) \cos k(x+ct-\xi) d\xi$  により

$$y = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty \frac{F(\xi) \sin k(x+ct-\xi)}{k \operatorname{ch}(kh) - \frac{g}{c^2} \operatorname{sh}(kh)} d\xi$$

あるいは  $u = kh$  とおき被積分函数が  $k$  の偶函数のことに注意すれば

$$y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\xi) \sin(ru)}{u \operatorname{ch}u - \epsilon^2 \operatorname{sh}u} du$$

$$\therefore y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \cdot I(\xi) d\xi \quad (10)$$

ただし

$$r = \frac{x+ct-\xi}{h}, \quad (11)$$

$$\epsilon^2 = \frac{gh}{c^2}, \quad (12)$$

$$I(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(ru)}{u \operatorname{ch}u - \epsilon^2 \operatorname{sh}u} du = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iru}}{u \operatorname{ch}u - \epsilon^2 \operatorname{sh}u} du \quad (13)$$

被積分函数は  $u=0$  及び  $\operatorname{tgh}u/u = 1/\epsilon^2$  なる  $u$  の値において  $\infty$  となるからここでは Cauchy の主値をとり、その上  $r = \frac{x+ct-\xi}{h} \rightarrow -\infty$  では海底變動の影響が十分及んでいないから振幅が 0 に近い事を考えると、次のようになる。(3)

$$\epsilon^2 < 1: \Re I = \left\{ \begin{array}{l} 2\pi \left( \frac{1}{1-\epsilon^2} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{-\beta n r} \right), \quad (r > 0) \\ -2\pi \sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{\beta n r}, \quad (r < 0) \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$\epsilon^2 > 1: \Re I = \left\{ \begin{array}{l} 2\pi \left( \frac{1}{1-\epsilon^2} + 2A \cos ar + \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\beta n r} \right), \quad (r > 0) \\ -2\pi \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{\beta n r}, \quad (r < 0) \end{array} \right\} \quad (15)$$

ここで

$$\frac{\operatorname{tgh} a}{a} = \frac{1}{\epsilon^2}, \quad \frac{\operatorname{tg} \beta_n}{\beta_n} = \frac{1}{\epsilon^2}, \quad (16)$$

$$A = \frac{\sqrt{\epsilon^4 - a^2}}{\epsilon^2(1-\epsilon^2) - a^2}, \quad B_n = (-)^n \frac{\sqrt{\epsilon^4 + \beta_n^2}}{\epsilon^2(1-\epsilon^2) + \beta_n^2} \quad (17)$$

§. 3 例題 今考えているような問題では  $\epsilon^2 \ll 1$  と考えられる。 $h=1$  軒,  $c$  は弾性波の速度位でたとえば毎秒 3 軒とすると  $\epsilon^2 = \frac{gh}{c^2} \approx 10^{-3}$  になる。こんな場合には (16) と (17) で

$$\beta_n \approx \frac{2n+1}{2} \pi, \quad B_n \approx (-)^n \frac{1}{\beta_n} \quad (18)$$

とおいても大過ないから

(3) 前出脚註 (2) の計算参照。ただしここでは  $u=0$  が正則点であることに注意。

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{-\beta n r} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(-)^n}{2n+1} \cdot \left( e^{-\frac{\pi}{2} r} \right)^{2n+1} = \frac{2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} e^{-\frac{\pi}{2} r} \quad (r > 0)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n e^{\beta n r} = \frac{2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} e^{\frac{\pi}{2} r} \quad (r < 0)$$

となる。それゆえ (10) は

$$y = \int_{-\infty}^{x+ct} F(\xi) d\xi + \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{x+ct} F(\xi) \operatorname{tg}^{-1} e^{-\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x+ct-\xi}{h}} d\xi - \frac{2}{\pi} \int_{x+ct}^{\infty} F(\xi) \operatorname{tg}^{-1} e^{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x+ct-\xi}{h}} d\xi, \quad (19)$$

あるいは變數を變換して

$$y = \int_{-\infty}^{x+ct} F(\xi) d\xi - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ F(x+ct+\xi) - F(x+ct-\xi) \} \operatorname{tg}^{-1} e^{-\frac{\pi \xi}{2h}} d\xi. \quad (20)$$

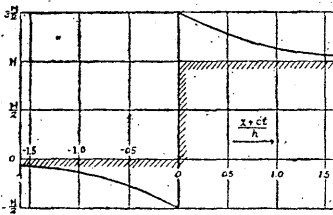
海底の垂直變位が行われる時間が非常に短い、生ずる變位は有限量  $H$  であるなら  $h \gg \omega > 0$  なる正量  $\omega$  に對し

$$\left. \begin{aligned} F(x+ct) &\neq 0, & \omega \geq x+ct > 0 \\ F(x+ct) &= 0, & x+ct > \omega \text{ 又は } 0 > x+ct \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

と假定すると  $\int_0^{\omega} F(\xi) d\xi = H$  であるから

$$y = \left\{ \begin{aligned} -\frac{2H}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} e^{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x+ct}{h}}, & \quad x+ct < 0 \\ H + \frac{2H}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} e^{-\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x+ct}{h}}, & \quad x+ct > 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

第 2 圖



すなわち海底が突然  $H$  だけ上昇する地變が一定速度  $c$  で進行すると、海面の鉛直變位は、まず徐々に降下し、海底の變動が真下に來る直前の降下量が  $H/2$  に達するが、その瞬間急に  $2H$  だけ水面が昇り、元の水位より  $3/2 H$  だけ高くなり、その後は次第に降下して結局元の水位にくらべ  $H$  だけ高くなつて靜まる。この様子は第 2 圖に示した。

もう一つの例として

$$F(x+ct) = \left\{ \begin{aligned} 1, & \quad m \frac{2h}{\pi} \geq x+ct \geq 0, \quad (m > 0) \\ 0, & \quad x+ct > m \frac{2h}{\pi} \text{ 又は } 0 > x+ct \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

とすると

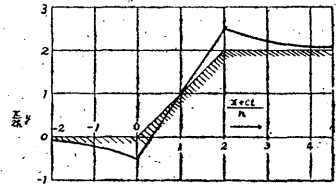
海底變動の進行によつて生ずる波

$$\int_{-\infty}^{x+ct} F(\xi) d\xi = \left. \begin{cases} \frac{2mh}{\pi}, & x+ct > \frac{2mh}{\pi} \\ x+ct, & \frac{2mh}{\pi} > x+ct > 0 \\ 0 & 0 > x+ct \end{cases} \right\} \quad (24)$$

$$\int_0^{\infty} F(x+ct+\xi) tg^{-1} e^{-\frac{\pi\xi}{2h}} d\xi = \left. \begin{cases} 0, & x+ct > \frac{2mh}{\pi} \\ \frac{2h}{\pi} \int_0^{m-\frac{\pi(x+ct)}{2h}} tg^{-1} e^{-\xi} d\xi, & \frac{2mh}{\pi} > x+ct > 0 \\ \frac{2h}{\pi} \int_{-\frac{\pi(x+ct)}{2h}}^{m-\frac{\pi(x+ct)}{2h}} tg^{-1} e^{-\xi} d\xi, & 0 > x+ct \end{cases} \right\} \quad (25)$$

$$\int_0^{\infty} F(x+ct-\xi) tg^{-1} e^{-\frac{\pi\xi}{2h}} d\xi = \left. \begin{cases} \frac{2h}{\pi} \int_{\frac{\pi(x+ct)}{2h}-m}^{\frac{\pi(x+ct)}{2h}} tg^{-1} e^{-\xi} d\xi, & x+ct > \frac{2mh}{\pi} \\ \frac{2h}{\pi} \int_0^{\frac{\pi(x+ct)}{2h}} tg^{-1} e^{-\xi} d\xi, & \frac{2mh}{\pi} > x+ct > 0 \\ 0, & 0 > x+ct \end{cases} \right\} \quad (26)$$

第 3 圖



第 3 圖は  $m=2$  として、これらの數値積分から計算した  $y$  の結果で地變と水面變化の時間的經過は第 2 圖の時と同様である。

しかし水位の異常の最大量と海底變動量との比が小さくなる。

$m$ が大變大きくなると水位の變化はその直下における海底變動量とほとんど等しくなるから事實上地變が到達した時初めて水位が

變化するようになる。このような事は海底變動が進行性でない場合と定性的に變りない。

要するに海底の變動が進行しない場合と違つた現象はほとんど起らない。

この計算の一部を及び製圖に助力せられた本所員關彰氏及び氣象學會で御代讀下さつた荒井秀夫氏に御禮いたします。

(昭和 24 年 6 月 9 日)