

深發地震の走時曲線から地表附近の 地震波速度分布が求まるか

本 間 正 作*

(昭和 19 年 4 月 20 日受領)

§ 1. 緒 言 震源が地表にある地震の走時曲線を知り、之から地下に於ける地震波の速度分布を求めることは、ヘルグロット・ウーヘルトの走時曲線解析法として殆く知られて居る處であり、又震源が深さを有する場合に於ても、震源よりもつと深い地下に於ける地震波の速度なら決定出来ることはモホロビッチの還元走時曲線の理論⁽¹⁾として知られて居る事である。夫では一歩進んで深發地震の走時曲線からその震源より浅い部分の地震波速度が求まらないであらうか。更に出来ることなら震源の深さと速度分布とが走時曲線のみから一舉に求まりはせぬだらうか。斯様なことが可能なら純地震學上にも応用地震學上にも貢献する處寡からざるものがある筈である。従つて既にその目的を以て行はれた研究も古くからである⁽²⁾けれ共、未だ十分成功してゐない様に思ふ。

私は數年前にこの問題に興味を持ち調べた事があるが、斯る試みは理論上から見れば一般に不可能なりとの結論を得たので大變拙い論法乍ら御參考迄に發表して、先輩諸賢の御教正を仰ぎ度いと思ふ次第である。

§ 2. 解 析 震源の深さを h とし、地表は平面と見做し得るものと考へよう。⁽³⁾ 圖の如く $z=0$ を地表とし、 z は地下に向つて正に採り、 x を震央距離、 i を震波線の入射角とすると、 x は震波線に沿ふ次の積分で表はされる。

$$x = \int_0^h \operatorname{tg} i \, dz \quad (1)$$

* 中央氣象臺。

(1) 例へば達清夫「地震観測法」(岩波講座、物理學及び化學)昭和 5 年参照。

(2) M. P. Rudzki; Über die scheinbare Geschwindigkeit der verbreitung der Erdbeben (I), Gerland Beitr. z. Geophys. 3 (1898) 495—518.

Y. Kodaira; Investigation of the Methods of Obtaining the Depth of Seismic Focus and of the Velocities of Seismic Waves from the Observed Data. 中央氣象臺歐文彙報 5 (1932) 97—121.

P. T. Sokolove; Über einige Eigenschaften der Laufzeitfunktion, Gerland Beitr. z. Geophys. 47 (1936) 267.

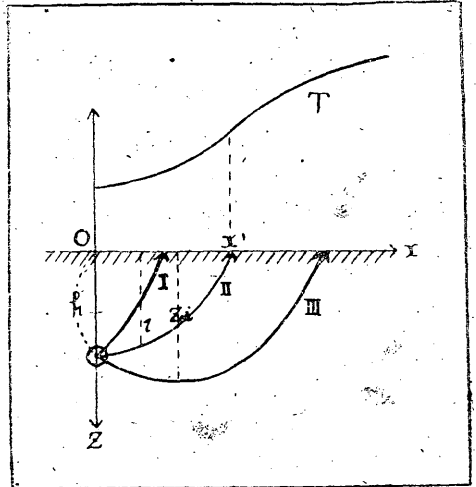
(3) 地表を平面とする場合と球面とする場合との關係については筆者「震波線の最深點を求める方法に就て」本誌 12 (昭和 17 年) 52 参照。

又は

$$x = \int_0^h \operatorname{tg} i \, dz + 2 \int_h^z \operatorname{tg} i \, dz \quad (2)$$

(1) は圖の震波線 I の如く震源を水平より上方に出發する震波線に對して成立し、(2) は下方に出發する震波線 III に對して成立する。兩者の境は II の如く震源を水平に出發する震波線であつて、之に對應する震央距離 x_1 は走時曲線の彎曲點に當る。

第 1 圖



$z > h$ に於ける速度分布を變更すると、走時曲線の $x > x_1$ の部分は夫に應じて形を變へるが $x < x_1$ の部分は變化しない。即ち $z < h$ に於ける速度分布の知識は方程式 (1) の中に含まれておなければならぬであらう。事實 (2) から出るものは $z > h$ に對する速度分布に過ぎないので、之は還元走時曲線の理論として知られてゐるものに外ならない。又小平博士⁽¹⁾ の求められた速度分布公式も

(1) のみから出てゐる。私も (1) のみから $z < h$ に於ける速度分布が求まるかどうか吟味して見る。

扱て、 $v(z)$ を以て速度分布を與へる函数とし、又は z の増加函数と假定する。一本の震波線の上では

$$\frac{\sin i}{v(z)} = \frac{\sin i_0}{v_0} = \frac{1}{\bar{v}} = \frac{\sin i_h}{v_h}$$

が成立する。茲に脚符 0 及び h は夫々地表面及び震源に於ける値を示し、 \bar{v} は地表に沿ふて震波の先端が進行する見掛けの速度で、之は走時曲線の微分係数の逆數として觀測結果より求まる所の x の所與函数である。II の如き震波線に對しては $i_h = \frac{\pi}{2}$ 故 $\bar{v} = v_h$ 。この値は走時曲線の彎曲點 $x = x_1$ に於ける \bar{v} の値であつて、 x の函数として見た \bar{v} の極大値であるから分つたものと考へてよい。従つて v_h も豫め知れてゐるものである。

(3) より $\sin i = v/\bar{v}$ 従つて $\operatorname{tg} i = v/\sqrt{\bar{v}^2 - v^2}$ であるから (1) に代入すると

$$x = \int_0^h \frac{v}{\sqrt{\bar{v}^2 - v^2}} dz = \int_{z=0}^{z=h} \frac{\frac{1}{\bar{v}}}{\sqrt{\frac{1}{\bar{v}^2} - \frac{1}{v^2}}} \cdot \frac{dz}{g\left(\frac{1}{v}\right)} \cdot d\left(\frac{1}{v}\right) \quad (3)$$

或ひは

(1) 小平吉男；前掲，そこでは單一解の存在が假定されている。

深発地震の走時曲線から地表附近の地震波速度分布が求まるか

$$\varphi = \frac{1}{v(z)}, \quad \xi = \frac{1}{v(x)}, \quad xv(x) = \frac{x}{\xi} = f(\xi), \quad \frac{dz}{d\varphi} = \vartheta(\varphi) \quad (4)$$

とおけば

$$f(\xi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \frac{\vartheta(\varphi)}{\sqrt{\varphi^2 - \xi^2}} d\varphi \quad (\varphi_0 > \varphi_h) \quad (5)$$

となり、 $f(\xi)$ を知つて $\vartheta(\varphi)$ を求めるのが吾々の問題である。但し φ_0, φ_h は既知の常数であるから (5) は核が $\frac{1}{\sqrt{\varphi^2 - \xi^2}}$ なる所謂フレドホルムの第一種積分方程式であつて、単一解の存在等について詳しい事は餘り知られてゐない様である。 ξ は 0 から始まり、 $x = x_1$ に於ける $\frac{1}{v(x_1)} = \frac{1}{v_h}$ 迄の値の値を採り得る。従つて $f(\xi)$ はその變域内に於てのみ定義されて居るわけである。

今 J_0 を零次のベツセル函數とすると、ウエーバーの公式⁽¹⁾により $\varphi^2 > \xi^2$ ならば

$$\frac{1}{\sqrt{\varphi^2 - \xi^2}} = \int_0^\infty J_0(\sigma\xi) \sin(\sigma\varphi) d\sigma$$

であるから (5) の積分方程式は次の如く變形される。

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \vartheta(\varphi) d\varphi \int_0^\infty J_0(\sigma\xi) \sin(\sigma\varphi) d\sigma \\ &= \int_0^\infty \sigma J_0(\sigma\xi) d\sigma \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \vartheta(\varphi) \frac{\sin(\sigma\varphi)}{\sigma} d\varphi \\ &= \int_0^\infty \sigma \phi(\sigma) J_0(\sigma\xi) d\sigma \end{aligned}$$

但し

$$\phi(\sigma) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \vartheta(\varphi) \frac{\sin(\sigma\varphi)}{\sigma} d\varphi$$

で、この函數 $\phi(\sigma)$ は (5) より $\phi(\varphi)$ が確定するものならば當然確定しなければならぬ筈である。然るに一方から考へるとハンケルの定理⁽²⁾によれば $\phi(\sigma)$ は $f(\xi)$ が ξ の $(0 - \infty)$ の全變域に於て與へられてゐる時に始めて

$$\phi(\sigma) = \int_0^\infty \xi f(\xi) J_0(\sigma\xi) d\xi$$

と決るべきものであつて、唯今の場合の様に $\xi > \varphi_h$ に於ける $f(\xi)$ が與へられて居ない場合には確定しない。即ち $\xi > \varphi_h$ に於ける $f(\xi)$ の値を勝手に色々假想すると、その都度違つた $\phi(\sigma)$ が

(1) 寺澤寛一； 數學概論，518 頁

(2) 同上，560 頁。

出て来る。故に (5) の解 $\Phi(\varphi)$ が確定すると言ふのは誤りである。

この際 $\xi > \varphi_h$ に於ける $f(\xi)$ が與へられてゐない處から、その範圍に於ける $f(\xi)$ を恒等的に 0 とすべしと考へた(1)とすると

$$\Phi(\sigma) = \int_0^{\varphi_h} \xi f(\xi) J_0(\sigma \xi) d\xi$$

の如く $\Phi(\sigma)$ が確定するかも知れないが、さうすると

$$\sigma \int_0^{\varphi_h} \xi f(\xi) J_0(\sigma \xi) d\xi = \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \Phi(\varphi) \sin(\sigma \varphi) d\varphi \quad (6)$$

と言ふ結果になる。この左邊は走時曲線が色々に與へられると夫に應じて確定する σ の函数であるが、(9) の意味する處はその様な勝手な函数が

- (i) 位相をすらすことなく
- (ii) 振動数が φ_h から φ_0 迄の範圍に限つた

正弦波の組合はせとして、フーリエ積分表示が出来ると言ふ事を要求するもので、之はどんな $\Phi(\varphi)$ を當てはめても一般には不可能な事である。

上の證明は又次の様に言つてもよい。即ち $\varphi^2 > \xi^2$ ならば矢張りウエーバーの公式(2)により

$$\frac{1}{\sqrt{\varphi^2 - \xi^2}} = \int_0^{\infty} J_0(\sigma \varphi) \cos(\sigma \xi) d\sigma$$

とも書かれるから (5) は

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \Phi(\varphi) d\varphi \int_0^{\infty} J_0(\sigma \varphi) \cos(\sigma \xi) d\sigma \\ &= \int_0^{\infty} \cos(\sigma \xi) d\sigma \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \Phi(\varphi) J_0(\sigma \varphi) d\varphi \end{aligned}$$

となる。 $\Phi(\varphi)$ が (5) から確定するものならば、

$$\Psi(\sigma) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_h} \Phi(\varphi) J_0(\sigma \varphi) d\varphi$$

(1) 松澤武雄博士の「地球物理学」(古今書院) 283 頁にヘルグロツツ・ウイーヘルトの公式の出し方の別解として、ウエーバーの積分とハンケルの可逆定理を併用する方法が擧げられてあり、その中には、 $\xi > \varphi_h$ に於ける $f(\xi)$ に相當する函数は之を 0 と置かれて居るので、此處でも一應その様な立場も考慮して置いた次第である。

然し、 $f(\xi)$ が $\xi=0 \sim \varphi_h$ で定義されてゐる時、その變域内の ξ に對して

$$\int_0^{\infty} \sigma J_0(\sigma \xi) d\sigma \int_0^{\varphi_h} \tau f(\tau) J_0(\sigma \tau) d\tau = f(\xi)$$

の成立する事は確かであるが、 $\int_0^{\varphi_h} \tau f(\tau) J_0(\sigma \tau) d\tau$ 以外の函数で $\int_0^{\infty} \sigma J_0(\sigma \xi) \varphi(\sigma) d\sigma = f(\xi)$ になる様な $\varphi(\sigma)$ が存在しないと言ふことは言へないと思はれる。

(2) 寺澤寛一；前掲 517 頁。

深発地震の走時曲線から地表附近の地震波速度分布が求まるか

なる函数も亦確定する筈である。然るにフーリエの積分定理(1)によれば、 $f(\xi)$ の値が ξ の $(0-\infty)$ の全變域で與へられてゐる時に始めて

$$\varphi(\sigma) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \cos(\sigma\xi) d\xi$$

と決るものであつて、 $\xi > \varphi_h$ に於ける $f(\xi)$ が與へられてゐない限り $\Psi(\sigma)$ は確定する筈が無いのである。夫故(5)より $\phi(\varphi)$ が決ると考へるのは謬りである。

$\xi > \varphi_h$ に於いて $f(\xi) \equiv 0$ と見做す場合の議論も前と同様に不合理になる。

§ 4. 深さ 0 の場合のヘルグロツツ・ウイーヘルトの公式との比較

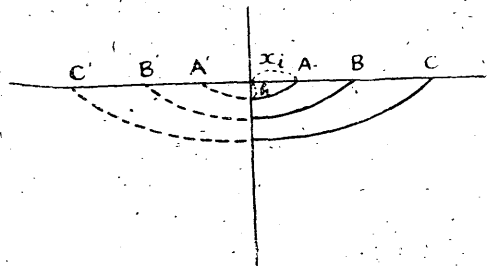
今震源の深さが 0 から色々の値の地震の走時曲線が全部そろつて知られてゐるとする。その中深さ h の地震に於ける走時曲線の彎曲點を $x(h)$ そこに於ける見掛けの速度を $\bar{v}(h)$ と書くと、 $v_h = \bar{v}(h)$ 故

$$\frac{dv_h}{dh} = \frac{d\bar{v}(h)}{dx_1(h)} \cdot \frac{dx_1(h)}{dh} \quad (7)$$

$\frac{dv}{dx_1}$ は各深さの走時曲線の彎曲點附近に於ける走時曲線の傾斜と、その震央距離 x_1 を知れば求まるものである。 $\frac{dx_1}{dh}$ は震源の深さと彎曲點の震央距離との關係を知れば求まるものである。淺發地震の走時曲線解析法が、色々の深さの深發地震の走時曲線を與へたのと同等の効果を發揮するのは實に $\frac{dx_1(h)}{dh}$ を與へるべき方法に成功し

てゐるからである。即ち淺發地震の一本の震波線は夫をその最深點の深さにある深發地震の水平に出發する震波線と考へる事が出来る。(但し後者に於ては震央距離が半分になる。) 即ち淺發地震の走時曲線解析法は、彎曲點が x_1 に出る地震の深さ h は幾何なるかを與へてゐる事に相當する。之を知つた上更に彎曲點の震央距離 x_2 とそこに於ける走時曲線の傾き $\frac{1}{\bar{v}(h)}$ を知つて始めて $\frac{dv_h}{dh}$ が求まるのである。實際淺發地震の震央距離 $2x_1$ に於ける \bar{v} は、深發地震の彎曲點 x_1 に於ける

第 2 圖



(1) 寺澤寛一；前掲 117 頁。

(2) 圖の A', B', C' を一點に集めたと見ると淺發地震の走時曲線になる。その時 A, B, C に於ける震央距離は $2x_1$ 、走時は $2t$ となるからである。従つて淺發地震の走時曲線は深發地震の走時曲線の走時と、震央距離を 2 倍した圖の彎曲點の作る軌跡 (或ひはエンベロープ) と見做される。

\bar{v} と同一である事は容易に分る事である。(第 2 回)。(2) 夫だけの材料があるから浅発地震では速度分布が完全に求まるのであつて、前節に述べた積分方程式に於ては、 x_1 に於ける \bar{v} の値は關係するが x_1 そのものの値は何にも關係してない。即ち夫だけでも材料の不足を十分物語つて居る。又色々の深さの地震が皆そろつてゐない事は $-\frac{dx_1}{dh}$ の決定に不足なのである。

要するに浅発地震の走時曲線と云ふものは、色々の深さ h の走時曲線に於ける速度分布決定に必要な材料(彎曲點 x_1 の位置と、そこに於ける走時曲線の傾斜)だけを、要領よく集めて出来上つたものと見られるのである。

§ 4. 結 論 震源に深さがある時、走時曲線の解析により震源より浅い場所に於ける速度分布が決るか否か吟味すると、浅発地震のヘルグロツツ・ウイーヘルトの公式の様な嚴密な公式を得ることは出来ない事が分つた。尤も種々の實情を考慮に入れ實用上有効な速度分布を得る可能性を否定する積りでは無い。従つて小平博士や Sokolov 等の結果も確かに有益なものであらう事は疑ひないのである。

× × ×

終りに當り、嘗てこの問題に對し色々有益な論議を交へ御忠告頂いた同僚の高木聖、副田勝利兩技師並に製圖をして頂いた小林歌子嬢に深甚の謝意を表する。

(昭和 19 年 3 月)