

法で常数を求めて β を計算すると

$$\beta_v = 10.85 \quad \beta_r = 8.45$$

となつて大變に違つた値になつた。

T_0 (秒)	v	r (耗)
2.70	3.01 ₅	0.216
2.84	3.03	0.229
3.00	3.20 ₅	0.240
3.22	3.50 ₅	0.265
3.51	3.44	0.309
4.11	4.07	0.381

さて (6) に (3) を入れて變形すると

$$k_2 = I \left(\frac{g}{h} - \beta \right) \quad (16)$$

で $g=980$, $h=97$, $M=2 \times 10^5$, $I=1.88 \times 10^9$ (いずれも C.G.S. 単位) を入れると

$$k_2 = 1.88 \times (10.10 - \beta) \times 10^9 \quad (\text{C.G.S.}) \quad (16')$$

となるから、 β_v から出る k_2 は負になる。 β_r から出る

のは 3.10×10^9 となる。鷺坂氏の實驗(前出)から得られた値から k_2 を換算すると 1.94×10^9 となるからオーダーは合りが値が5割方大きい。これは鷺坂氏の使われた地震計と私の用いた地震計の十字バネが本當に強さが5割違つてゐるのではなく、おそらく (i) v とか r の値には大きい誤差が入りやすい事と (ii) 前節にのべた理論が不十分な點に由來するものと思われる。

(i) の困難については西澤義則氏と私の共著「地震計の摩擦値の正確さについて」本誌20頁を参照されたい。(ii) については次のような事實があつた。すなわち上の實驗の延長としてもつと週期の長い場合があつて3個あつて、(最長の $T_0=6.2$ 秒) そのような長い週期に對して v は (11) による計算値より大きい方に變化し、 r は (14) 式による計算値より小さい方に變化し、いずれも變化量は T_0 と共に大きくなる。

(昭和 24.5.3)

上下動地震計の吊バネの質量の影響

本 間 正 作*

§.1. まえがき ふつう上下動地震計の理論においては重錘を吊るバネは弾力を持つだけで質量はないものと考えているが、ウイーヘルト式地震計などではずいぶん大きなバネが使つてあり、強震計ではバネは小さいが重錘もまた可成り小さいからどの程度に理論が有効なものか一應調べておく必要がある。バネの質量の固有週期に及ぼす影響については B. Galitzin の公式⁽¹⁾ があるが強制振動に對する影響も考慮すべきであらう。⁽²⁾

* 松代地震観測所

(1) B. Galitzin, Vorlesungen über seismometrie (1914) 386—387. 公式 (18) たゞし證明はのべていない。

§.2 理論 水平に x , 鉛直上方に y 軸をとる。第1圖のように x 軸に平行に重錘の支えが置いてあるものとする。 O は重錘の廻轉軸, G は吊バネ以外の振動系の重心, A, B は吊バネの両端である。地動の水平及鉛直成分を ξ, η とする。その他の記號は圖を参照されたい。

振子が振動して G が G' に來た時, その座標は

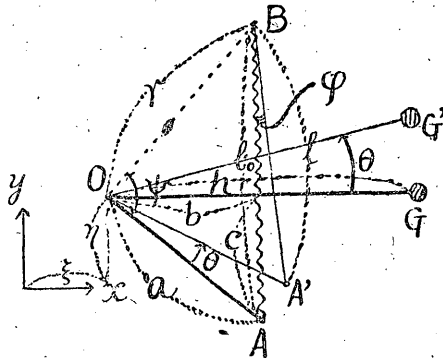
$$x = \xi + h \cos \theta, \quad y = \eta + h \sin \theta. \quad (2.1)$$

O のまわりの慣性能率を I , G のまわりのそれを I_G , 振子の質量を M とすると $I = I_G + Mh^2$ であるから, kinetic Energy, K_1 は

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{M}{2} \{ (\dot{\xi} - h \sin \theta \dot{\theta})^2 + (\dot{\eta} + h \cos \theta \dot{\theta})^2 \} + \frac{I_G}{2} \dot{\theta}^2 \\ &= \frac{M}{2} \{ \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 - 2h(\dot{\xi} \sin \theta - \dot{\eta} \cos \theta) \dot{\theta} \} + \frac{I}{2} \dot{\theta}^2, \end{aligned} \quad (2.2)$$

次に吊バネの質量を m とし, AB 上で B から σ なる距離にある線素 $d\sigma$ を考えると, その質量は $m \frac{d\sigma}{l_0}$ となる。運動に際し吊バネは一様に伸縮すると考えれば, $A'B$ 上において先の $d\sigma$ は B より $\sigma \frac{l}{l_0}$ のところに来るから, その座標は

$$x = \xi + b + \sigma \frac{l}{l_0} \sin \varphi, \quad y = \eta + (l_0 - c) - \sigma \frac{l}{l_0} \cos \varphi. \quad (2.3)$$



l や φ を θ で表わす必要がある。 $\triangle OA'B$ で

$$l = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(\Psi - \theta)}, \quad \theta = 0 \text{ なら } l = l_0$$

であるから θ を小さいとして展開すると

$$l = l_0 \left\{ 1 - \frac{b}{l_0} \theta - \frac{c(l_0 - c)}{2l_0^2} \theta^2 \right\} + O(\theta^3) \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_0} \left\{ 1 + \frac{b}{l_0} \theta + \frac{(l_0 - c)c + 2b^2}{2l_0^2} \theta^2 \right\} + O(\theta^3). \quad (2.5)$$

(2) 本項は7, 8年前氣象技術官養成所で行つた講義の一部で, 當時氣象學界講演會で發表の上原稿を提出したが焼失のため今回書き直おしたものである。

次に $\triangle OA'B$ にて $l \sin(\widehat{OBA} + \varphi) = a \sin(\Psi - \theta)$ であり, $\sin \widehat{OAB} = \frac{b}{r} \cos \widehat{OBA} = \frac{l_0 - c}{r}$ であることを利用して, さらに (2.5) を参考にすると

$$\varphi = \frac{c}{l_0} \theta - \frac{b}{2l_0^2} (l_0 - 2c) \theta^2 + 0(\theta^3), \quad (2.6)$$

(2.4) と (2.6) から

$$l \sin \varphi = c\theta - \frac{b}{2} \theta^2, \quad l \cos \varphi = l_0 - b\theta - \frac{c}{2} \theta^2$$

となるから (2.3) に代入して

$$x = \xi + b + \frac{\sigma}{l_0} \left(c\theta - \frac{b}{2} \theta^2 \right), \quad y = \eta + (l_0 - c) - \frac{\sigma}{l_0} \left(l_0 - b\theta - \frac{c}{2} \theta^2 \right), \quad (2.7)$$

したがって $d\sigma$ なる線素の Kinetic Energy は

$$\begin{aligned} \delta K_2 &= \frac{m d\sigma}{2l_0} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ &= \frac{m}{2l_0} \left\{ \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \frac{2\sigma}{l_0} (c\dot{\xi} + b\dot{\eta})\dot{\theta} + \frac{\sigma^2 a^2}{l_0^3} \theta^2 \right\} d\sigma, \end{aligned}$$

吊バネ全体の Kinetic Energy K_2 は

$$\begin{aligned} \int_B^A \delta K_2 &= \int_0^{\sigma} \frac{m}{2l_0} \left\{ \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \frac{2\sigma}{l_0} (c\dot{\xi} + b\dot{\eta})\dot{\theta} + \frac{\sigma^2 a^2}{l_0^3} \theta^2 \right\} d\sigma \\ \therefore K_2 &= \frac{m}{2} \left\{ (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) + (c\dot{\xi} + b\dot{\eta})\dot{\theta} + \frac{a^2}{3} \dot{\theta}^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

次に振子の Potential Energy U_1 は, (2.1) により

$$U_1 = Mgy = Mg\eta + Mgh \sin \theta. \quad (2.9)$$

吊バネの持つ重力による Potential Energy U_2 は, その重心の y 座標が $\sigma = \frac{l_0}{2}$ にあたるから (2.7) より

$$U_2 = mg \left\{ \eta + \left(\frac{l_0}{2} - c \right) + \frac{b}{2} \theta + \frac{c}{4} \theta^2 \right\}. \quad (2.10)$$

また $l = l_0$ の時の張力を P_0 とし, バネを単位の長さ伸ばすのに必要な力を β とすると, $l = l$ の時の全張力は $P_0 + \beta(l - l_0)$ であるから吊バネの持つ弾性 Potential Energy U_3 は

$$U_3 = \int_{l_0}^l \{ P_0 + \beta(l - l_0) \} dl = P_0(l - l_0) + \frac{\beta}{2} (l - l_0)^2.$$

(2.4) を代入して

$$U_3 = -bP_0\theta + \left\{ \frac{\beta}{2} b^2 - \frac{c(l_0 - l)}{2l_0} P_0 \right\} \theta^2. \quad (2.11)$$

かくして全系の Energy

$$K = K_1 + K_2, \quad U = U_1 + U_2 + U_3$$

はすべて θ と $\dot{\theta}$ であらわせたから Lagrange の運動方程式

$$\left(\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial}{\partial \theta}\right)K + \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0$$

に代入して $\theta, \dot{\theta}$ の二次量以上を省略すると

$$\begin{aligned} & \left(I + \frac{m}{3}a^2\right)\ddot{\theta} + \left\{\beta b^2 - P_0c\left(1 - \frac{c}{l_0}\right) + \frac{m}{2}gc - Mh\dot{\xi}\right\}\theta \\ & = b\left(P_0 - \frac{mg}{2}\right) - Mgh - \left\{\frac{m}{2}c\ddot{\xi} + \left(Mh + \frac{mb}{2}\right)\dot{\eta}\right\} \end{aligned}$$

となるが、釣合の時には $\theta = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{\xi} = 0, \dot{\eta} = 0$ であるから

$$b\left(P_0 - \frac{mg}{2}\right) = Mgh, \quad (2.12)$$

この式により P_0 が與えられる。したがつて運動方程式は

$$\ddot{\theta} + n^2\theta - \frac{\dot{\xi}}{L'}\theta = -\frac{1}{L}(\dot{\eta} + \dot{\xi}\xi) \quad (2.13)$$

となる。ここで

$$n^2 = \frac{\beta b^2 - P_0c\left(1 - \frac{c}{l_0}\right) + \frac{mgc}{2}}{I + \frac{m}{3}a^2} = \frac{\beta b^2 - \frac{h}{b}Mgc\left(1 - \frac{c}{l_0}\right) + \frac{mg}{2} \cdot \frac{c^2}{l_0}}{I + \frac{ma^2}{3}}, \quad (2.14)$$

$$L' = L_0\left(1 + \frac{ma^2}{3I}\right), \quad (2.15)$$

$$L = L_0 \cdot \frac{1 + \frac{ma^2}{3I}}{1 + \frac{mb}{2Mh}}, \quad (2.16)$$

$$L_0 = \frac{I}{Mh}, \quad (2.17)$$

$$\epsilon = \frac{mc}{2Mh} \cdot \frac{1}{1 + \frac{mb}{2Mh}}. \quad (2.18)$$

(2.13) における左邊の第三項は吊バネの質量がなくても出て来る項でいわゆる他成分の影響である。(3) 右邊の第二項は吊バネの質量に及ぼす水平動の効果を示すものである。

吊バネの質量 m が重錘の質量 M にくらべて十分小さければ、近似的に

$$n^2 = \left\{\frac{\beta b^2}{I} - \frac{gc}{bL_0}\left(1 - \frac{c}{l_0}\right) + \frac{mg}{2I} \cdot \frac{c^2}{l_0}\right\} \left(1 - \frac{ma^2}{3I}\right), \quad (2.19)$$

$$L = L_0 \left\{1 - \frac{m}{M} \left(\frac{b}{2h} - \frac{Ma^2}{3I}\right)\right\}. \quad (2.20)$$

となる。

(3) たとえば萩原尊禮；振動測定（昭和20年）151。他の文献は同書参照。

§.3 Galitzin の公式との比較 §.1 にすでに述べたように Galitzin もその教科書に n^2 に及ぼす m の影響を示す公式を掲げているが、それを本文の記號で書くと

$$n^2 = \left\{ \frac{\beta b^2}{I} - \frac{gc}{bL} \left(1 - \frac{C}{l_0} \right) \right\} \left(1 - \frac{ma^2}{3I} \right). \quad (3.1)$$

(2.20) を代入して

$$n^2 = \left\{ \frac{\beta b^2}{I} - \frac{gc}{bL_0} \left(1 - \frac{c}{l_0} \right) - \frac{gc}{bL_0} \left(1 - \frac{c}{l_0} \right) \left(\frac{mb}{2Mh} - \frac{ma^2}{3I} \right) \right\} \cdot \left(1 - \frac{ma^2}{3I} \right).$$

この式と (2.19) とが一致するためには

$$L_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{l_0 - c}{bl_0} a^2 \quad (3.2)$$

でなければならないが、この関係は一般には成り立っていないから Galitzin の結果には疑問がある。

§.4 ウィーヘルト式地震計の吊バネの影響 ウィーヘルト式地震計の各部分の寸法の大体の測定から次の値が得られた。たゞし吊バネの質量は螺線バネの直徑と巻數と針金の太さから見積り、これが第1圖の上から下までに互つて張つてあるとした。實際には下部の方がバネになつていないが、大体の様子を見る上にはさしつかえないであらう。

$$\frac{m}{M} \left(\frac{b}{2h} - \frac{Ma^2}{3I} \right) = \frac{1}{300}, \quad (4.1)$$

$$e = \frac{1}{17} \quad (4.2)$$

(4.1) により倍率は、その $\frac{1}{300}$ 倍大きくなること分る。したがつて 80 倍のものなら 80.3 倍に變るだけであるから影響ないといつてよからう。

(4.2) は水平動の影響をあらわすもので、一般に地震の S 波や主要動では水平動が上下動よりはるかに優越することがあるから、これは輕々しくは無視出來ない。 ξ/η が色々の場合に η に對する $e\xi$ の % は次表の通りである。

ξ/η	1	4	7	10	13
%	6	23	41	58	76

一方

$$\frac{ma^2}{3I} = \frac{1}{24} \quad (4.3)$$

と測定されたから、振れている振子に水平動が及ぼす影響の倍率は $\frac{1}{24}$ だけ減る。たとえば 96 倍の基本倍率を持つ地震計なら 92 倍になる。この變化は大きいが實際の ξ の影響はそれに θ が掛るから大變小さい。たとえば記象紙上の振巾が 4.6 種なら G の動きは 0.5 種であるが、 $h=60$ 種だから $\theta=0.0083$ ラジアンである。したがつて ξ に掛る値は $\frac{0.0083}{92}$ である。それに反し η に掛

るものは $1 \div \left\{ 96 \times \left(1 + \frac{1}{300} \right) \right\} = \frac{1}{96.32}$ となるから η の作用に対する ξ の作用の割合は高々 $\frac{96.32 \times 0.0083}{92} = 0.0087$ すなわち 0.9% にすぎない。

固有週期にも (2.19) のような影響があるが、ワイヤヘルト式地震計では吊バネは主として重力との平衡のために使われ、週期を左右するのは別の板バネであり、又實驗的に固有週期が求められるから強制振動に対する程重要性はない。

§.5 結 び この計算では吊バネが一樣に伸縮すると假定したから第1圖で前後の方向の水平加速度が入つて來なかつた。吊バネが一樣に伸縮しない時は A と B を節とする縦振動や横振動が入つて來る。ことに前後方向の加速度がある時は、吊バネの A, B 兩端がこの方向には動けない状態にあるため、横振動が入りやすいものと考えられるが、これらの計算は後の機會にする。

(昭和 24, 5, 再稿)

地震計の自由振動の減衰について

西 澤 義 則* 本 間 正 作*

§.1 まえがき 地震計に自由振動を與えた時の振巾の減衰はふつう一定の固体摩擦及び残留制振によるものとされているが、時々振巾の大きい所の方が小さい所より減衰の度が著しく大きい場合が起るため、それだけの原因で減衰するとしては説明つかないことがある。それで故 森田 稔 技官⁽¹⁾は振子又はペン先の變位の絶対値に比例する摩擦を想像して、上記のような現象を定性的に説明された。所が實際の減衰振動の記象からその場合の常数を檢定すると、うまく結果が出て來ないということであつた。本文では一定の固体摩擦と残留制振とが作用する時に常数を決める B. Galitzin の方法⁽²⁾に類似の方法を考え、それをあてはめて計算した結果と、従來の固体摩擦及び残留制振の場合との比較をしてみた。

§.2 實驗結果 一定の摩擦と変位に比例する摩擦と残留制振と3つを含んだ場合を調べると一番面白いが、それでは式が複雑になつて實驗結果の整理がしにくいから、変位に比例する摩擦と残留制振はその内一方だけが作用しているとする。前者の場合は森田技官の結果によると

$$2\gamma(a_i + a_{i+1}) + \alpha(a_i^2 + a_{i+1}^2) - (a_i^2 - a_{i+1}^2) = 0 \quad (2.1)$$

* 松代地震観測所

(1) 森田稔, 「地震計の摩擦について」 験震時報 10 卷 3.4 號 (1940) 505—509,

(2) B. Galitzin; Vorlesungn über Seismometrie, (1914) 491.