

# 一般内部歪核に依る半無限弾性體の 變形に就て (第一報)

副 田 勝 利\*

内部歪核に依る半無限弾性體の變形に就ては 1936 年 F. J. W. Whipple<sup>1)</sup> 及 1940 年著者<sup>2)</sup> の特殊内部歪核に依る變形についての小論がある。又重力の作用する半無限弾性體の内部に球形或は圓形の填充物がある場合の應力の問題、又空窩がある場合の表面の變形と應力の問題等については西村、高山、金井諸氏<sup>3, 4)</sup> の詳細なる研究がある。著者はこゝでは、重力が作用しない場合について一般内部歪核に依る變形について研究を行なつた。然しこの第一報に於ては内部歪核の軸が垂直の場合について述べる。實際の問題として地殻變動の様な問題或は地震が起る前の應力、變形の問題に適用するには更に歪核の軸が傾いて居る場合及び重力の作用する場合等を考へなければならぬのであるが、この部分については第二報以下に於て論ずる事にする。

## 1. 弾性體平衡方程式の球座標に依る一般解

無限に擴つた均質等方弾性體の球座標に依る平衡方程式は  $u, v, w$  を  $r, \theta, \phi$  方向の變位,  $\lambda, \mu$  をラーメの常數とすると次の式で表はされる,

$$\left. \begin{aligned} (\lambda+2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r \sin \theta} \frac{\partial(\varpi_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{2\mu}{r \sin \theta} \frac{\partial \varpi_\theta}{\partial \phi} &= 0 \\ (\lambda+2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - \frac{2\mu}{r \sin \theta} \frac{\partial \varpi_r}{\partial \phi} + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial(\varpi_\phi r)}{\partial r} &= 0 \\ (\lambda+2\mu) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Delta}{\partial \phi} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial(\varpi_\theta r)}{\partial r} + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \varpi_r}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

こゝに  $\varpi_r, \varpi_\theta, \varpi_\phi$  は

$$\left. \begin{aligned} 2\varpi_r &= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (wr \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} (vr) \right] \\ 2\varpi_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{\partial (wr \sin \theta)}{\partial r} \right] \\ 2\varpi_\phi &= \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (vr)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

\* 中央氣象臺

- 1) F. J. W. Whipple: Month. Not. Geophys. Supp. **3**, (1936)
- 2) 著者: 驗震時報 第 11 卷第 2 號, 256 頁 (1940)
- 3) 西村, 高山: 地震研究所彙報 第 11 號, 196, 229 頁 (昭和八年)
- 4) 西村, 高山, 金井: 地震研究所彙報 第 11 號, 454 頁 (昭和八年)

$\Delta$  は體積伸張で次式で表はされる

$$\Delta = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial(ur^2 \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial(vr \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wr)}{\partial \phi} \right]$$

此の方程式の解は妹澤，西村兩氏<sup>1)</sup>に依つて解かれて居る。即ち

(1), (2) より

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Delta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \phi^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \varpi_r}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \varpi_r}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \varpi_r + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \varpi_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varpi_r}{\partial \phi^2} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\varpi_\theta r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varpi_\theta}{\partial \phi^2} - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 (\varpi_\phi \sin \theta)}{\partial \phi \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varpi_r}{\partial r \partial \theta} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (\varpi_\phi r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\varpi_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \varpi_\theta}{\partial \phi} \\ - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \varpi_r}{\partial r \partial \phi} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

此の方程式の解は

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \left( A_{mn} r^n + \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \right) P_n^m(\cos \theta) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} m\phi \\ 2\varpi_r &= \left( B_{mn} r^{n-1} + \frac{B'_{mn}}{r^{n+2}} \right) P_n^m(\cos \theta) \begin{cases} \sin \\ -\cos \end{cases} m\phi \\ 2\varpi_\theta &= \left[ \left( D_{mn} m r^n + \frac{D'_{mn} m}{r^{n+1}} \right) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{B_{mn}}{n} r^{n-1} - \frac{B'_{mn}}{(n+1)r^{n+2}} \right) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] \begin{cases} \sin \\ -\cos \end{cases} m\phi \\ 2\varpi_\phi &= \left[ \left( D_{mn} r^n + \frac{D'_{mn}}{r^{n+1}} \right) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{B_{mn}}{n} r^{n-1} - \frac{B'_{mn}}{(n+1)r^{n+2}} \right) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} \right] m\phi \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

$A_{mn}, B_{mn}, \dots$ 等は常數，此の四式から

1)  $\varpi_r = \varpi_\theta = \varpi_\phi = 0$ ,  $\Delta$ に對する變位  $u_1, v_1, w_1$ は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \left[ \frac{(n+2)A_{mn}}{2(2n+3)} r^{n+1} + \frac{(n-1)A'_{mn}}{2(2n-1)r^n} \right] P_n^m(\cos \theta) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} m\phi \\ v_1 &= \left[ \frac{A_{mn}}{2(2n+3)} r^{n+1} - \frac{A'_{mn}}{2(2n-1)r^n} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} m\phi \\ w_1 &= - \left[ \frac{m A_{mn}}{2(2n+3)} r^{n+1} - \frac{A'_{mn}}{2(2n-1)r^n} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \begin{cases} \sin \\ -\cos \end{cases} m\phi \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

1) 妹澤，西村：地震研究所彙報、第6號、47頁(昭和4年)

2)  $\Delta=0$  及  $\varpi_r, \varpi_\theta, \varpi_\phi$  の第二項に對する變位  $u_2, v_2, w_2$  は

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= 0 \\ v_2 &= \left[ \frac{m B_{mn}}{n(n+1)} r^n + \frac{m B'_{mn}}{n(n+1) r^{n+1}} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta) \cos \theta}{\sin \theta} m\phi \\ w_2 &= - \left[ \frac{B_{mn}}{n(n+1)} r^n + \frac{B'_{mn}}{n(n+1) r^{n+1}} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{\sin \theta}{-\cos \theta} m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

3)  $\Delta=\varpi_r=0$  及  $\varpi_\theta, \varpi_\phi$  の第一項に對する變位  $u_4, v_4, w_4$  は

$$\left. \begin{aligned} u_4 &= \left[ \frac{D_{mn} n(n+1)}{2(2n+3)} r^{n+1} + \frac{D'_{mn} n(n+1)}{2(2n-1) r^n} \right] P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} m\phi \\ v_4 &= \left[ \frac{D_{mn} (n+3)}{2(2n+3)} r^{n+1} + \frac{D'_{mn} (n-2)}{2(2n-1) r^n} \right] \frac{1}{m} \frac{dP_n^m(\cos \theta) \cos \theta}{d\theta} m\phi \\ w_4 &= - \left[ \frac{D_{mn} m(n+3)}{2(2n+3)} r^{n+1} + \frac{D'_{mn} m(n-2)}{2(2n-1) r^n} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin \theta}{-\cos \theta} m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

4)  $\Delta=\varpi_r=\varpi_\theta=\varpi_\phi=0$  に對する變位  $u_3, v_3, w_3$  は

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= \left[ C_{mn} n r^{n-1} - \frac{C'_{mn} (n+1)}{r^{n+2}} \right] P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} m\phi \\ v_3 &= \left[ C_{mn} r^{n-1} + \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta) \cos \theta}{d\theta} m\phi \\ w_3 &= -m \left[ C_{mn} r^{n-1} + \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin \theta}{-\cos \theta} m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

今  $u_1, v_1, w_1$  を次の様に置く。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \{(5) \text{ の } u_1\} + u_4 = \left[ \frac{A_{mn} \{(n+2) - \alpha n\}}{2(2n+3)} r^{n+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{A'_{mn} \{(n-1) - \alpha(n+1)\}}{2(2n-1) r^n} \right] P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} m\phi \\ v_1 &= \{(5) \text{ の } v_1\} + v_4 = \left[ \frac{A_{mn} \left\{ 1 - \alpha \frac{n+3}{n+1} \right\}}{2(2n+3)} r^{n+1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{A'_{mn} \left\{ 1 - \alpha \frac{n-2}{n} \right\}}{2(2n-1) r^n} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta) \cos \theta}{d\theta} m\phi \\ w_1 &= \{(5) \text{ の } w_1\} + w_4 = \left[ - \frac{m A_{mn} \left\{ 1 - \alpha \frac{n+3}{n+1} \right\}}{2(2n+3)} r^{n+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{m A'_{mn} \left\{ 1 - \alpha \frac{n-2}{n} \right\}}{2(2n-1) r^n} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin \theta}{-\cos \theta} m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

但し常數の間に次の關係がある。

$$\frac{D_{mn}}{A_{mn}} = -\frac{\lambda+2\mu}{\mu(n+1)}, \quad \frac{D'_{mn}}{A'_{mn}} = \frac{\lambda+2\mu}{\mu n} \quad \dots (9)$$

$$\alpha = \frac{\lambda+2\mu}{\mu} \quad \dots (10)$$

歪力成分は次の公式に依つて求められる。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\ \widehat{r\phi} &= \mu \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right) \\ \widehat{rr} &= \left( \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots (12)$$

1)  $u_1, v_1, w_1$  については

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_1 &= \mu \left[ A_{mn} \frac{\left\{ (n+1) - \alpha \frac{n(n+2)}{n+1} \right\}}{2n+3} r^n \right. \\ &\quad \left. + \frac{A'_{mn} \left\{ n - \alpha \frac{n^2-1}{n} \right\}}{(2n-1)r^{n+1}} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{\cos}{\sin} m\phi \\ \widehat{r\phi}_1 &= \mu \left[ -m A_{mn} \frac{\left\{ (n+1) - \alpha \frac{n(n+2)}{n+1} \right\}}{2n+3} r^n \right. \\ &\quad \left. - \frac{m A'_{mn} \left\{ n - \alpha \frac{n^2-1}{n} \right\}}{(2n-1)r^{n+1}} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin}{-\cos} m\phi \\ \widehat{rr}_1 &= \left[ \lambda + \mu \frac{(n+1)\{(n+2) - \alpha n\}}{2n+3} \right] A_{mn} r^n \\ &\quad + \left[ \lambda - \mu \frac{n\{(n-1) - \alpha(n+1)\}}{2n-1} \right] A'_{mn} \frac{1}{r^{n+1}} \left] P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos}{\sin} m\phi \end{aligned} \right\} \quad \dots (13)$$

2)  $u_2, v_2, w_2$  については

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_2 &= \mu \left[ \frac{(n-1)m}{n(n+1)} B_{mn} r^{n-1} - \frac{(n+2)m}{n(n+1)r^{n+2}} B'_{mn} \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\cos}{\sin} m\phi \\ \widehat{r\phi}_2 &= -\mu \left[ \frac{n-1}{n(n+1)} B_{mn} r^{n-1} - \frac{n+2}{n(n+1)r^{n+2}} B'_{mn} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{\sin}{-\cos} m\phi \\ \widehat{rr}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (14)$$

3)  $u_3, v_3, w_3$  については

$$\widehat{r\theta}_3 = \mu \left[ 2(n-1) C_{mn} r^{n-2} - \frac{2(n+2)C'_{mn}}{r^{n+3}} \right] \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{\cos}{\sin} m\phi \quad \left. \right)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\phi}_3 &= \mu \left[ -2(n-1)m C_{mn} r^{n-2} + \frac{2(n+2)m C'_{mn}}{r^{n+3}} \right] \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{\sin}{-\cos} m\phi \\ \widehat{r\tau}_3 &= \mu \left[ 2n(n-1) C_{mn} r^{n-2} + \frac{2(n+1)(n+2)C'_{mn}}{r^{n+3}} \right] P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos}{\sin} m\phi \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

2. 内部歪核に依る常數の決定

内部歪核として、半徑  $a$  なる小球を考へ、その球面上に歪力の分布として次の場合を考へる事にする。

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad \widehat{r\tau}_{r=a} &= P P_n^m(\cos\theta) \cos m\phi \\ \widehat{R\theta}_{r=a} &= \widehat{r\phi}_{r=a} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(ii)} \quad \widehat{r\tau}_{r=a} &= 0 \\ \widehat{r\theta}_{r=a} &= Q m \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \cos m\phi \\ \widehat{r\phi}_{r=a} &= -Q \frac{d P_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

こゝに  $P, Q$  は常數

(i) の場合

$$\left. \begin{aligned} \left[ \lambda - \mu \frac{n(n-1) - \alpha(n+1)}{2n-1} \right] \frac{A'_{mn}}{a^{n+1}} + \mu \frac{2(n+1)(n+2)}{a^{n+3}} C'_{mn} &= P \\ \frac{\left\{ n - \alpha \frac{n^2-1}{n} \right\} A'_{mn}}{(2n-1) a^{n+1}} - \frac{2(n+2) C'_{mn}}{a^{n+3}} &= 0 \\ B'_{mn} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

此の三式から

$$\left. \begin{aligned} A'_{mn} &= \frac{n(2n-1)}{\lambda(n^2+n+1) + 2\mu(2n+1)} a^{n+1} P \\ B'_{mn} &= 0 \\ C'_{mn} &= \frac{2-n^2 - \frac{\lambda}{\mu}(n^2-1)}{2(n+2)\{\lambda(n^2+n+1) + 2\mu(2n+1)\}} a^{n+3} P \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

及  $r \rightarrow \infty$  に於て變位  $\rightarrow 0$  とならなければならぬから

$$A_{mn} = B_{mn} = C_{mn} = 0$$

(ii) の場合は

$$\left[ \lambda - \mu \frac{n(n-1) - \alpha(n+1)}{2n-1} \right] \frac{A'_{mn}}{a^{n+1}} + \mu \frac{2(n+1)(n+2)}{a^{n+3}} C'_{mn} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\left\{n - \alpha \frac{n^2 - 1}{n}\right\} A'_{mn}}{(2n-1) a^{n+1}} - \mu \frac{2(n+2) C'_{mn}}{a^{n+3}} &= 0 \\ \mu \frac{n+2}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{a^{n+2}} &= -Q \end{aligned} \right\}$$

此三式から

$$\left. \begin{aligned} A'_{mn} = C'_{mn} &= 0 \\ B'_{mn} &= -\frac{1}{\mu} \frac{n(n+1)}{n+2} a^{n+2} Q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

以上に依つて決定された常数の値を (6), (7), (8), (11), (13), (14), (15) に代入して

(i) の場合には

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{(n-1) - \alpha(n+1)}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \\ v_1 &= -\frac{1 - \alpha \frac{n-2}{n}}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \cos m\phi \\ w_1 &= \frac{m \left(1 - \alpha \frac{n-2}{n}\right)}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= 0 \\ v_2 &= 0 \\ w_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= -(n+1) \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \\ v_3 &= \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \cos m\phi \\ w_3 &= -m \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_1 &= \mu \frac{n - \alpha \frac{n^2 - 1}{n}}{2n-1} \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \cos m\phi \\ \widehat{r\phi}_1 &= -\mu \frac{m \left(n - \alpha \frac{n^2 - 1}{n}\right)}{2n-1} \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi \\ \widehat{rr}_1 &= \left[ \lambda - \mu \frac{n(n-1) - \alpha(n+1)}{2n-1} \right] \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_2 &= 0 \\ \widehat{r\phi}_2 &= 0 \\ \widehat{rr}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_3 &= -\mu 2(n+2) \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos m\phi \\ \widehat{r\phi}_3 &= \mu m 2(n+2) \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi \\ \widehat{rr}_3 &= \mu 2(n+1)(n+2) \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

(ii) の場合は

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ v_1 &= 0 \\ w_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= 0 \\ v_2 &= \frac{m}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \cos m\phi \\ w_2 &= -\frac{1}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= 0 \\ v_3 &= 0 \\ w_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_1 &= 0 \\ \widehat{r\phi}_1 &= 0 \\ \widehat{rr}_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_2 &= -\mu \frac{m(n+2)}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+2}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \cos m\phi \\ \widehat{r\phi}_2 &= \mu \frac{n+2}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+2}} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin m\phi \\ \widehat{rr}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

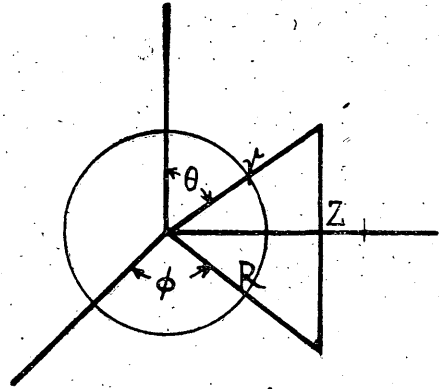
$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\theta}_3 &= 0 \\ \widehat{r\phi}_3 &= 0 \\ \widehat{rr}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

以上に依つて一般内部歪核に依る無限弾性體の場合の解が得られた。

3. 半無限弾性體の場合

第 1 圖

半無限弾性體に於ては、表面では歪力が零である。此の條件を満足させる爲、先ず表面に關して内部歪核と對稱の位置に内部歪核と全く同じ歪核を考へこれを逆向に加へて見ると、表面に於ける歪力に就ては切線歪力は零になるが、垂直歪力は二倍になり、變位に就ては切線變位は二倍で、垂直變位は零になる事が證明される。そこで更にその残りの垂直歪力を消す爲に逆向きの力が表面に作用するときの變位をつけ加へる事にする。その爲に先ず上述の解を圓塙座標に變換してから考へる。



1) 球座標より圓塙座標への變換

圓塙座標では  $z$  を上方に正に取る、 $R, \phi, z$  方向の變位を  $U, W, V$  とすると球座標と圓塙座標との間に次の關係式がある。

$$\left. \begin{aligned} U &= u \sin \theta + v \cos \theta \\ W &= w \\ V &= u \cos \theta - v \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

此の  $U, W, V$  を  $r, \theta, \phi$  で表はすと次の様になる

$$\begin{aligned} (i) \quad U_1 &= \left[ \frac{(n-1) - \alpha(n+1)}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \sin \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1 - \alpha \frac{n-2}{n}}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \cos \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \right] \cos m \phi \\ V_1 &= \left[ \frac{(n-1) - \alpha(n+1)}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \cos \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - \alpha \frac{n-2}{n}}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \sin \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \right] \cos m \phi \\ W_1 &= \frac{m(1 - \alpha \frac{n-2}{n})}{2(2n-1)} \frac{A'_{mn}}{r^n} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m \phi \\ U_2 &= 0 \\ V_2 &= 0 \\ W_2 &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \dots \dots \dots (32) \\ & \dots \dots \dots (33) \end{aligned} \right\}$$

$$U_3 = \left[ -(n+1) \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \sin \theta P_n^m(\cos \theta) + \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \sin \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \cos m \phi \right]$$



$$\left. \begin{aligned} V_3 &= \left[ -(n+1) \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \cos \theta P_n^m(\cos \theta) - \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \sin \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] \cos m\phi \\ W_3 &= -m \frac{C'_{mn}}{r^{n+2}} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

(ii) の場合は

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 0 \\ V_1 &= 0 \\ W_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= \frac{m}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \\ V_2 &= -\frac{m}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+1}} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \\ W_2 &= -\frac{m}{n(n+1)} \frac{B'_{mn}}{r^{n+1}} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

$$\left. \begin{aligned} U_3 &= 0 \\ V_3 &= 0 \\ W_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

圓筒座標にて此等歪力成分は

$$\left. \begin{aligned} \widehat{zR} &= \mu \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial R} \right) \\ \widehat{z\phi} &= \mu \left( \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) \\ \widehat{zz} &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

此の式を更に球座標の  $r, \theta, \phi$  で表はすと

$$\left. \begin{aligned} \widehat{zR} &= \mu \left( \frac{\partial U}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial U}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} \sin \theta + \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{r} \right) \\ \widehat{z\phi} &= \mu \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\partial W}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial W}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r} \right) \\ \widehat{zz} &= \lambda \Delta + 2\mu \left( \frac{\partial V}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r} \right) \end{aligned} \right\}$$

従つて歪力成分を  $r, \theta, \phi$  で表はすと次の様になる。

(i) の場合

$$\begin{aligned}
 \widehat{zR}_1 &= \mu \left[ -\frac{(n+1)\{(n-1)-\alpha(n+1)\}}{2(2n-1)} \sin 2\theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\
 &\quad + \frac{n-\alpha}{2(2n-1)} \frac{n^2+2n-2}{n} \cos 2\theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} + \frac{1-\alpha}{2(2n-1)} \frac{n-2}{n} \sin 2\theta \\
 &\quad \left. + \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right] \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \cos m\phi \\
 \widehat{R\phi}_1 &= -\mu \left[ \frac{(n-1)-\alpha}{2n-1} \frac{n^2-n+1}{n} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1-\alpha}{2n-1} \frac{n-2}{n} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] m \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \sin m\phi \\
 \widehat{zz}_1 &= \left[ \lambda P_n^m(\cos \theta) - 2\mu \left\{ \frac{n\{(n-1)-\alpha(n+1)\}}{2(2n-1)} \cos^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \right. \\
 &\quad - \frac{(n-1)-\alpha(n+1)}{2(2n-1)} \sin^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \\
 &\quad + \frac{2n-2\alpha}{2(2n-1)} \frac{n^2-1}{n} \sin \theta \cos \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1-\alpha}{2(2n-1)} \frac{n-2}{n} \sin^2 \theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right\} \right] \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \cos m\phi
 \end{aligned} \tag{38}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \widehat{zR}_2 &= 0 \\
 \widehat{R\phi}_2 &= 0 \\
 \widehat{zz}_2 &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{zR}_3 &= \mu \left[ (n+3)(n+1) \sin 2\theta P_n^m(\cos \theta) - 2(n+2) \cos 2\theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right. \\
 &\quad \left. - \sin 2\theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right] \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \cos m\phi \\
 \widehat{R\phi}_3 &= \mu \left[ 2(n+1) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) + 2 \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] m \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \sin m\phi \\
 \widehat{zz}_3 &= 2\mu \left[ (n+2)(n+1) \cos^2 \theta P_n^m(\cos \theta) - (n+1) \sin^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\
 &\quad + 2(n+2) \sin \theta \cos \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \\
 &\quad \left. + \sin^2 \theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right] \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \cos m\phi
 \end{aligned} \tag{40}$$

(ii) の場合

$$\left. \begin{aligned} \widehat{zR}_1 &= 0 \\ \widehat{R\phi}_1 &= 0 \\ \widehat{zz}_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{zR}_2 &= \mu \left[ \frac{1}{n(n+1)} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} - \frac{n+1}{n(n+1)} \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{n(n+1)} \cos \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \right] \frac{m B'_{mn}}{r^{n+2}} \cos m\phi \\ \widehat{R\phi}_2 &= \mu \left[ \frac{1}{n(n+1)} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} + \frac{1}{n} \cos \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n(n+1)} \sin \theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d \theta^2} \right] \frac{m B'_{mn}}{r^{n+2}} \sin m\phi \\ \widehat{zz}_2 &= 2\mu \left[ \frac{1}{n} \cos \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n(n+1)} \sin \theta \frac{d P_n^m(\cos \theta)}{d \theta} \right] \frac{m B'_{mn}}{r^{n+2}} \cos m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{zR}_3 &= 0 \\ \widehat{R\phi}_3 &= 0 \\ \widehat{zz}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

今歪核としての小球の中心から表面迄の距離を  $f$  とすると、表面に於ける歪力、及變位の各成分は上式に於て、

$$r = \sqrt{f^2 + R^2}, \quad \cos \theta = \frac{f}{\sqrt{f^2 + R^2}},$$

$$\sin \theta = \frac{R}{\sqrt{f^2 + R^2}} \dots\dots\dots (44)$$

と置けば得られる。

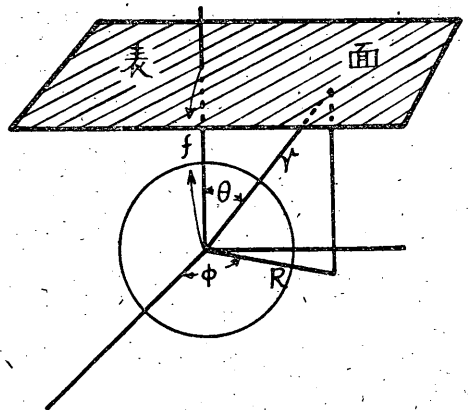
2) 半無限弾性體の表面に靜的垂直力が作用した場合の變位及歪力

表面に垂直力が作用した場合の半無限弾性體の變形については寺澤博士の解がある。それは次の通りである。

圓壙座標に依る弾性體の平衡方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{R^2} \left\{ U - \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} \right\} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial W}{\partial \phi} &= -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{\partial \Delta}{\partial R} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{1}{R^2} \left\{ W - \frac{\partial^2 W}{\partial \phi^2} \right\} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial U}{\partial \phi} &= -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{1}{R} \frac{\partial \Delta}{\partial \phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

第 2 圖



$$\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{\partial \Delta}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 \Delta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Delta}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \phi} + \frac{\partial V}{\partial z}$$

此の解は

$$\Delta = C_m J_m(kR) e^{-kz} \cos m\phi$$

$$\left. \begin{aligned} U &= \left[ \left\{ \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_m z - B_m \right\} J'_m(kR) + A_m \frac{m}{kR} J_m(kR) \right] e^{-kz} \cos m\phi \\ V &= \left[ \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_m z - D_m \right] J_m(kR) e^{-kz} \cos m\phi \\ W &= - \left[ \left\{ \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_m z - B_m \right\} \frac{m}{kR} J_m(kR) + A_m J'_m(kR) \right] e^{-kz} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (46)$$

且つ

$$k(B_m - D_m) = \frac{\lambda + 3\mu}{2\mu} C_m$$

歪力成分は

$$\left. \begin{aligned} \widehat{z z} &= \left[ (\lambda + \mu) k C_m z - \mu C_m - 2\mu k D_m \right] J_m(kR) e^{-kz} \cos m\phi \\ \widehat{z r} &= - \left[ \left\{ (\lambda + \mu) k C_m z - \frac{\lambda + \mu}{2} C_m - \mu k (B_m + D_m) \right\} J'_m(kR) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu m}{R} A_m J_m(kR) \right] e^{-kz} \cos m\phi \\ \widehat{z \phi} &= \left[ \left\{ (\lambda + \mu) k C_m z - \frac{\lambda + \mu}{2} C_m - \mu k (B_m + D_m) \right\} \frac{m}{kR} J_m(kR) \right. \\ &\quad \left. + \mu k A_m J'_m(kR) \right] e^{-kz} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

表面に於ける歪力は  $z = -f$  として得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} (\widehat{z z})_{z=-f} &= \left[ -(\lambda + \mu) k C_m f - \mu C_m - 2\mu k D_m \right] J_m(kR) e^{kf} \cos m\phi \\ (\widehat{z r})_{z=-f} &= \left[ \left\{ (\lambda + \mu) k C_m f + \frac{\lambda + \mu}{2} C_m + \mu k (B_m + D_m) \right\} J'_m(kR) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu m}{R} A_m J_m(kR) \right] e^{kf} \cos m\phi \\ (\widehat{z \phi})_{z=-f} &= \left[ - \left\{ (\lambda + \mu) k C_m f + \frac{\lambda + \mu}{2} C_m + \mu k (B_m + D_m) \right\} \frac{m}{kR} J_m(kR) \right. \\ &\quad \left. + \mu k A_m J'_m(kR) \right] e^{kf} \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

今表面に次式で表はされる垂直力のみ作用するとする。

$$\left. \begin{aligned} (\widehat{zz})_{z=-f} &= Z(R) \cos m\phi \\ (\widehat{zr})_{z=-f} &= (\widehat{z\phi})_{z=-f} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

こゝで  $(\widehat{zz})_{z=-f}$  の値の  $Z(R)$  は  $R$  のみの函数とし、更に次の公式に依つて展開する。

$$F(R) = \int_0^\infty \int_0^\infty F(k') J_m(kR) J_m(kR') kR' dk dR'$$

即ち  $(\widehat{zz})_{z=-f}$  は次の如くなる。

$$(\widehat{zz})_{z=-f} = \int_0^\infty W(k) J_m(kR) k dk \cos m\phi$$

$$W(k) = \int_0^\infty Z(R') J_m(kR') R' dR'$$

斯様な垂直力に依る變位は次の如く (48), (49) 式から常數を決定して得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} [-(\lambda+\mu)kCmf - \mu C_m - 2\mu k D_m] e^{kf} &= W(k) \cdot k \\ (\lambda+\mu)kCmf + \frac{\lambda+\mu}{2} C_m + \mu k (B_m + D_m) &= 0 \\ A_m &= 0 \end{aligned} \right\}$$

及び  $k(B_m - D_m) = \frac{\lambda+3\mu}{2\mu} C_m$

此等四式から

$$\left. \begin{aligned} A_m &= 0 \\ B_m &= \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda+3\mu}{2\mu} \frac{1}{\lambda+\mu} - \frac{kf + \frac{1}{2}}{\mu} \right) W(k) \cdot e^{-kf} \\ C_m &= \frac{1}{\lambda+\mu} W(k) \cdot k e^{-kf} \\ D_m &= \frac{1}{2} \left( -\frac{\lambda+3\mu}{2\mu} \frac{1}{\lambda+\mu} - \frac{kf + \frac{1}{2}}{\mu} \right) W(k) \cdot e^{-kf} \end{aligned} \right\}$$

従つて變位は此等決定された常數を(46)に代入し、 $K$  について零から無限大迄積分して得られる。

$$\left. \begin{aligned} U &= \int_0^\infty \left[ \frac{kz + kf + \frac{1}{2}}{2\mu} - \frac{\lambda+3\mu}{4\mu(\lambda+\mu)} \right] \times \\ &\quad W(k) \cdot e^{-k(\epsilon+f)} J'_m(kR) dk \cos m\phi \\ V &= \int_0^\infty \left[ \frac{kz + kf + \frac{1}{2}}{2\mu} + \frac{\lambda+3\mu}{4\mu(\lambda+\mu)} \right] \times \\ &\quad W(k) \cdot e^{-k(\epsilon+f)} J_m(kR) dk \cos m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

$$W = - \int_0^{\infty} \left[ \frac{kz + kf + \frac{1}{2}}{2\mu} - \frac{\lambda + 3\mu}{4\mu(\lambda + \mu)} \right] \times \left. \begin{array}{l} \\ W(k) \cdot e^{-k(z+f)} \frac{m}{kR} J_m(kR) dk \sin m\phi \end{array} \right\}$$

3) 表面の歪力を零にする爲、加へた垂直力に依る變位

先に述べた様に内部歪核と同じ歪核を表面に關して對稱の位置に逆向に置いて考へその結果表面に於ける垂直力が二倍になる。それは次の様になる。

(i) の場合

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(z z_1)_{z=-f} = \left[ 2\lambda P_n^m(\cos \theta) - 2\mu \left\{ \frac{n(n-1) - \alpha(n+1)}{2n-1} \cos^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \right. \\ \quad \left. \left. - \frac{(n-1) - \alpha(n+1)}{2n-1} \sin^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \frac{2 \left( n - \alpha \frac{n^2-1}{n} \right)}{2n-1} \sin \theta \cos \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \frac{1 - \alpha \frac{n-2}{n}}{2n-1} \sin^2 \theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right\} \right] \frac{A'_{mn}}{r^{n+1}} \cos m\phi \\ 2(z z_2)_{z=-f} = 0 \\ 2(z z_3)_{z=-f} = 4\mu \left[ (n+2)(n+1) \cos^2 \theta P_n^m(\cos \theta) - (n+1) \sin^2 \theta P_n^m(\cos \theta) \right. \\ \quad \left. + 2(n+2) \sin \theta \cos \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} + \sin^2 \theta \frac{d^2 P_n^m(\cos \theta)}{d\theta^2} \right] \frac{C'_{mn}}{r^{n+3}} \cos m\phi \end{array} \right.$$

(ii) の場合

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(z z_1)_{z=-f} = 0 \\ 2(z z_2)_{z=-f} = 4\mu \left[ \frac{1}{n} \cos \theta P_n^m(\cos \theta) + \frac{1}{n(n+1)} \sin \theta \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] \frac{m B'_{mn}}{r^{n+2}} \cos m\phi \\ 2(z z_3)_{z=-f} = 0 \end{array} \right.$$

但し  $r = \sqrt{f^2 + R^2}$ ,  $\cos \theta = \frac{f}{\sqrt{f^2 + R^2}}$ ,  $\sin \theta = \frac{R}{\sqrt{f^2 + R^2}}$ ,

此の力が表面に作用する場合を考へればよいのである。然るに此等は  $R$  と  $\phi$  の函數であるから今次の様に置く。

$$2(z z)_{z=-f} = Z(R) \cos m\phi$$

従つて此等の力に依る表面の變位は (50) 式から

$$U_{z=-f} = - \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \int_0^{\infty} W(k) J'_m(kR) dk \cos m\phi \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{z=-f} &= -\frac{\lambda+2\mu}{2\mu(\lambda+\mu)} \int_0^\infty W(k) J_m(kR) dk \cos m\phi \\ W_{z=-f} &= \frac{m}{2(\lambda+\mu)} \int_0^\infty W(k) \frac{J_m(kR)}{kR} dk \sin m\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

ここに  $W(k)$  は

$$W(k) = \int_0^\infty Z(R') J_m(kR') R' dR'$$

で、 $Z(R')$  は今述べた  $2(zz)_{z=-f}$  から得られる函数である。

4. 例 題

次に  $\lambda=\mu$  として二、三の例について数値計算を行つて見た。然しこの場合今述べた様に表面に於ける歪力が零になる様に表面に垂直な力が作用する場合をつけ加へたのであるが、これは當然内部歪核に影響するわけである。然し先に著者が「或る内部歪核に依る半無限弾性體の變形について(補遺)」に述べた如く<sup>1)</sup>、内部歪核としての半徑とその中心の表面からの深さとの比が  $\frac{1}{10}$  程度になると影響は非常に小さいと見て差支へない事を示した。斯る故に今後の数値計算に於ても  $\frac{a}{f} = \frac{1}{10}$  の場合に就て計算を行ふ事にする。

1)  $m=0, n=1$  の場合

此の場合  $Z(R)$  は次の如くなる

$$\left. \begin{aligned} Z_1(R) &= \frac{2}{9} a^2 P \left[ \frac{f}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{6f^3}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \\ Z_2(R) &= 0 \\ Z_3(R) &= \frac{2}{9} a^4 P \left[ \frac{5f^3}{(f^2+R^2)^{7/2}} - \frac{3f}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \end{aligned} \right\}$$

然るに

$$\int_0^\infty \frac{J_0(kR') R'}{(f^2+R'^2)^{3/2}} dR' = \frac{e^{-kf}}{f}$$

で、兩邊を  $f$  について微分すれば、次の定積分を得る。

$$\int_0^\infty \frac{J_0(kR') R'}{(f^2+R'^2)^{5/2}} dR' = \frac{1}{3f^2} \left( \frac{1}{f} + k \right) e^{-kf},$$

及  $\int_0^\infty \frac{J_0(kR') R'}{(f^2+R'^2)^{7/2}} dR' = \frac{1}{7f} \left( \frac{1}{f^3} + \frac{k}{f^2} + \frac{k^2}{3f} \right) e^{-kf}$

従つて

$$\left. \begin{aligned} W_1(k) &= \frac{2}{9} a^2 P (3+2kf) e^{-kf} \\ W_2(k) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

1) 著者、驗震時報 12 1 號 (昭和 17 年)

$$W_8(k) = \frac{2}{9} a^4 P \left( -\frac{2}{7} \frac{1}{f^2} - \frac{2}{7} \frac{k}{f} + \frac{5}{21} k^2 \right) e^{-kR}$$

然るに又次の公式に依つて、

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-kR} J_0(kR) dk &= \frac{1}{(R^2+f^2)^{1/2}}, & \int_0^\infty e^{-kR} J_0(kR) k dk &= \frac{f}{(f^2+R^2)^{3/2}}, \\ \int_0^\infty e^{-kR} J_0(kR) k^2 dk &= \frac{2f^2-R^2}{(f^2+R^2)^{5/2}}, & \int_0^\infty e^{-kR} J'_0(kR) dk &= \frac{f-(f^2+R^2)^{1/2}}{R(f^2+R^2)^{1/2}}, \\ \int_0^\infty e^{-kR} J'_0(kR) k dk &= \frac{-R}{(f^2+R^2)^{3/2}}, & \int_0^\infty e^{-kR} J'_0(kR) k^2 dk &= \frac{-3fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \end{aligned}$$

(51) 式から

$$\left. \begin{aligned} U_{z=-f} &= -\frac{a^2 p}{18\mu} \left[ 3 \frac{f-(f^2+R^2)^{1/2}}{R(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{2fR}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right] \\ V_{z=-f} &= +\frac{a^2 p}{6\mu} \left[ \frac{3}{(f^2+R^2)^{1/2}} + \frac{2f^2}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right] \\ W_{z=-f} &= 0 \\ U_{z=-f} &= +\frac{a^4 p}{126\mu} \left[ \frac{2}{f^2} \frac{f-(f^2+R^2)^{1/2}}{R(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{2R}{f(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{5fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \\ V_{z=-f} &= -\frac{a^4 P}{6\mu} \left[ \frac{2}{7} \frac{1}{f^2} \frac{1}{(f^2+R^2)^{1/2}} + \frac{2}{7} \frac{1}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{5}{21} \frac{2f^2-R^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \\ W_{z=-f} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

以上が補正の項である。且つ表面に関して對稱の位置に逆向きの歪核を置いた時の表面の變位は、水平變位は二倍に、垂直變位は零になる事からその變位は

$$\left\{ \begin{aligned} U_1 &= -\frac{2a^2 P}{9\mu} \frac{fR}{(f^2+R^2)^{3/2}} \\ V_1 &= 0 \\ W_1 &= 0 \\ U_3 &= -\frac{a^4 P}{9\mu} \frac{fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \\ V_3 &= 0 \\ W_3 &= 0 \end{aligned} \right.$$

従つて、此等をまとめると表面に於ける變位成分は

$$\left. \begin{aligned} U_{z=-f} &= -\frac{a^2 P}{18\mu} \left[ \frac{6fR}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{3\{f-(f^2+R^2)^{1/2}\}}{R(f^2+R^2)^{1/2}} \right] \\ &= -\frac{a^4 P}{126\mu} \left[ \frac{19fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} - \frac{2R}{f(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{2}{f^2} \frac{f-(f^2+R^2)^{1/2}}{R(f^2+R^2)^{1/2}} \right] \end{aligned} \right\}$$

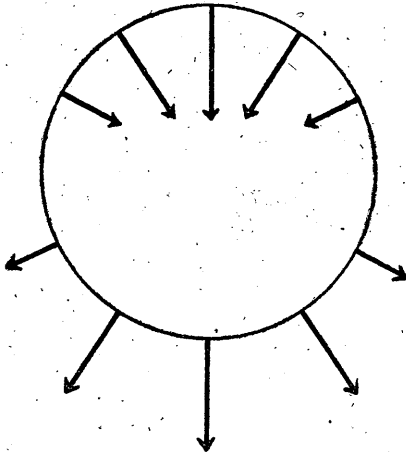


$$W_{z=-f} = 0$$

$$V_{z=-f} = -\frac{a^2 P}{6\mu} \left[ \frac{3}{(f^2 + R^2)^{1/2}} + \frac{2f^2}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \right] + \frac{a^4 P}{6\mu} \left[ \frac{2}{7f^2} \frac{1}{(f^2 + R^2)^{1/2}} + \frac{2}{7} \frac{1}{(f^2 + R^2)^{3/2}} - \frac{5}{21} \frac{2f^2 - R^2}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right]$$

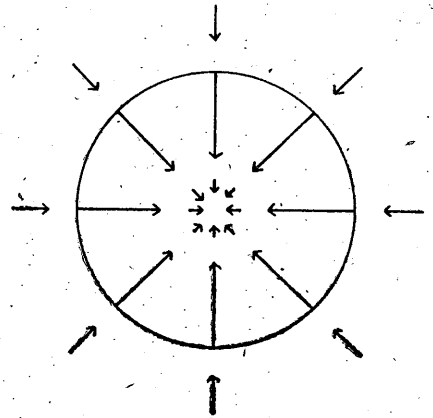
第 3 圖  $n=1 \quad m=0$

$$\widehat{rr}_{r=a} = P \cos \theta, \widehat{r\theta}_{r=a} = \widehat{r\phi}_{r=a} = 0$$

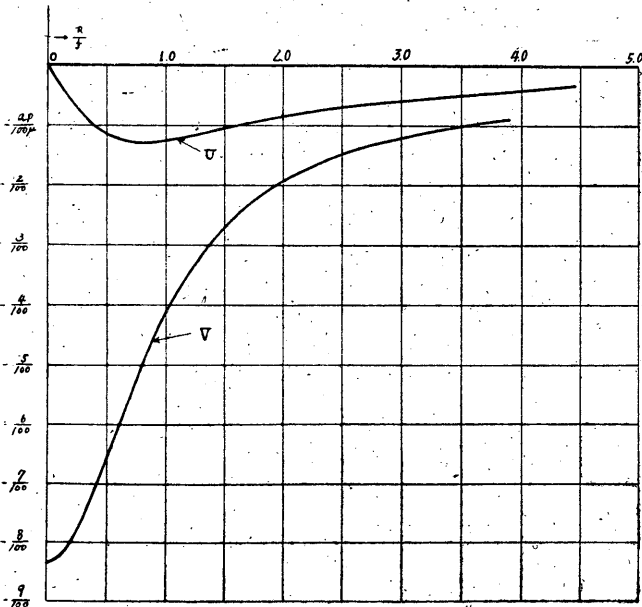


第 5 圖

第 4 圖



(圓はその點に於て水平變位成分が最大となる所である)



此の時の歪核は

$$\widehat{rr}_{r=a} = P \cos \theta$$

である。此れは先に「或る内部歪核に依る變形」の場合と稍似た場合である。結果も上圖に示す如く同じ様な結果が得られる。

此れは、内部歪核としての球の半径を小さく考へれば、内部に於て下方に垂直な力が働く場合に相當する。第四圖の矢印は水平變位成分の方向を示しただけである。

2)  $m=1, n=1$  の場合

$$Z_1(R) = \frac{2}{9} a^2 P \left[ \frac{5R}{(f^2 + R^2)^{3/2}} - \frac{6R^3}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right]$$

$$Z_3(R) = \frac{2}{9} a^4 P \left[ \frac{4R}{(f^2 + R^2)^{5/2}} - \frac{5R^3}{(f^2 + R^2)^{7/2}} \right]$$

$$Z_2(R) = -4a^3 Q \frac{fR}{(f^2 + R^2)^{5/2}}$$

従つて

$$\begin{aligned} W_1(k) &= \frac{2}{9} a^2 P \int_0^\infty \left[ \frac{5R'}{(f^2 + R'^2)^{3/2}} - \frac{6R'^3}{(f^2 + R'^2)^{5/2}} \right] J_1(kR') R' dR' \\ &= \frac{2}{9} a^2 P (2fk - 1) e^{-fk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_3(k) &= \frac{2}{9} a^4 P \int_0^\infty \left[ \frac{4R'}{(f^2 + R'^2)^{5/2}} - \frac{5R'^3}{(f^2 + R'^2)^{7/2}} \right] J_1(kR') R' dR' \\ &= \frac{2}{27} a^4 P k^2 e^{-fk} \end{aligned}$$

$$W_2(k) = -4a^3 Q \int_0^\infty \frac{fR'}{(f^2 + R'^2)^{5/2}} J_1(kR') R' dR' = -\frac{4}{3} a^3 Q k e^{-fk}$$

上式を (51) に代入して、補正項は

$$\begin{aligned} U_{z--f} &= -\frac{1}{18\mu} a^2 P \int_0^\infty (2fk - 1) J_1(kR) e^{-fk} dk \cos \phi \\ &= -\frac{1}{18\mu} a^2 P \left\{ 3f \left( \frac{f}{R^2(R^2 + f^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} \right) + \frac{2f^2}{(R^2 + f^2)^{3/2}} \right\} \cos \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{z--f} &= \frac{1}{6\mu} a^2 P \int_0^\infty (2fk - 1) J_1(kR) e^{-fk} dk \cos \phi \\ &= \frac{1}{6\mu} a^2 P \left\{ \frac{2fR}{(f^2 + R^2)^{3/2}} - \left( \frac{1}{R} - \frac{f}{R} \frac{1}{(R^2 + f^2)^{1/2}} \right) \right\} \cos \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{z--f} &= \frac{1}{18\mu} a^2 P \int_0^\infty (2fk - 1) \frac{J_1(kR)}{kR} e^{-fk} dk \sin \phi \\ &= \frac{1}{18\mu} a^2 P \left\{ \frac{2f}{R} \left( \frac{1}{R} - \frac{f}{R} \frac{1}{(f^2 + R^2)^{1/2}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{R} \left( \frac{(R^2 + f^2)^{1/2}}{R} - \frac{f}{R} \right) \right\} \sin \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{z--f} &= -\frac{a^4 P}{54\mu} \int_0^\infty e^{-fk} J_1(kR) k^2 dk \cos \phi \\ &= \frac{1}{54\mu} a^4 P \left\{ \frac{1}{R^2(R^2 + f^2)^{1/2}} - \frac{f^2}{R^2(f^2 + R^2)^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(R^2 + f^2)^{3/2}} - \frac{3f^2}{(R^2 + f^2)^{5/2}} \right\} \cos \phi \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 V_{z--f} &= + \frac{a^4 P}{18\mu} \int_0^\infty e^{-fk} J_1(kR) k^2 dk \cos \phi \\
 &= + \frac{a^4 P}{18\mu} \frac{3fR}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \cos \phi \\
 -W_{z--f} &= \frac{a^4 P}{54\mu} \int_0^\infty e^{-fk} \frac{J_1(kR)}{kR} k^2 dk \sin \phi \\
 &= \frac{1}{54\mu} a^4 P \frac{1}{(R^2 + f^2)^{3/2}} \sin \phi \\
 \\
 U_{z--f} &= \frac{a^3 Q}{3\mu} \int_0^\infty e^{-fk} J_1'(kR) k dk \cos \phi \\
 &= \frac{a^3 Q}{3\mu} \left\{ \frac{f}{(R^2 + f^2)^{3/2}} + \frac{f}{R^2(R^2 + f^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} \right\} \cos \phi \\
 V_{z--f} &= - \frac{a^3 Q}{\mu} \int_0^\infty e^{-fk} J_1(kR) k dk \cos \phi \\
 &= - \frac{a^3 Q}{\mu} \frac{R}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \cos \phi \\
 W_{z--f} &= - \frac{a^3 Q}{3\mu} \int_0^\infty e^{-fk} \frac{J_1(kR)}{R} dk \sin \phi \\
 &= - \frac{a^3 Q}{3\mu} \left\{ \frac{1}{R^2} - \frac{f}{R^2(R^2 + f^2)^{1/2}} \right\} \sin \phi
 \end{aligned} \right\}$$

内部歪核と對稱の位置に逆向きの同じ歪核を置いた結果の表面の變位は、

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= - \frac{2}{9\mu} a^2 P \left\{ \frac{3}{(f^2 + R^2)^{1/2}} - \frac{f^2}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \right\} \cos \phi \\
 V_1 &= 0 \\
 W_1 &= \frac{4}{9\mu} a^2 P \frac{1}{(f^2 + R^2)^{1/2}} \sin \phi \\
 \\
 U_3 &= \frac{1}{27\mu} a^4 P \left\{ - \frac{2}{(f^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{3f^2}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right\} \cos \phi \\
 V_3 &= 0 \\
 W_3 &= - \frac{1}{27\mu} a^4 P \frac{1}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \sin \phi \\
 \\
 U_2 &= - \frac{2}{3\mu} a^3 Q \frac{f}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \cos \phi \\
 V_2 &= 0 \\
 W_2 &= \frac{2}{3\mu} a^3 Q \frac{f}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \sin \phi
 \end{aligned} \right\}$$

此等をまとめると

(i) 内部歪核が

$$\widehat{r r}_{r=a} = P \sin \theta \cos \phi$$

$$\widehat{r \theta}_{r=a} = \widehat{r \phi}_{r=a} = 0$$

の時は

$$\left. \begin{aligned} U_{z=-f} &= \left[ -\frac{a^2 P}{18\mu} \left\{ \frac{12}{(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{6f^2}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{3f^2}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} + \frac{3f}{R^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^4 P}{54\mu} \left\{ -\frac{5}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{3f^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} - \frac{1}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{f^2}{R^2(f^2+R^2)^{3/2}} \right\} \right] \cos \phi \\ V_{z=-f} &= \left[ -\frac{a^2 P}{6\mu} \left\{ \frac{2fR}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{f}{R(R^2+f^2)^{1/2}} - \frac{1}{R} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^4 P}{18\mu} \frac{3fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \cos \phi \\ W_{z=-f} &= \left[ \frac{a^2 P}{18\mu} \left\{ \frac{8}{(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{2f}{R} \left( \frac{1}{R} - \frac{f}{R(f^2+R^2)^{1/2}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{R} \left( \frac{(R^2+f^2)^{1/2}}{R} - \frac{f}{R} \right) \right\} - \frac{a^4 P}{54\mu} \frac{1}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right] \sin \phi \end{aligned} \right\}$$

(ii) 内部歪核が

$$\widehat{r r}_{r=a} = 0$$

$$\widehat{r \theta}_{r=a} = Q \cos \phi, \quad \widehat{r \phi}_{r=a} = -Q \cos \theta \sin \phi$$

の時は

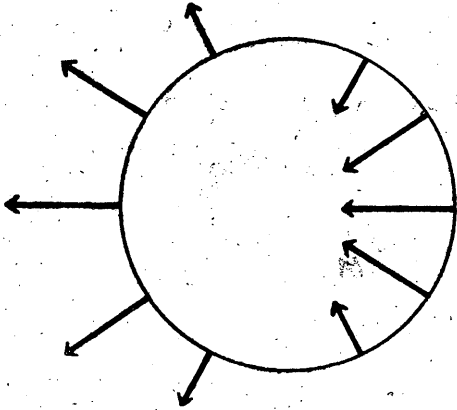
$$\left. \begin{aligned} U_{z=-f} &= \frac{a^3 Q}{3\mu} \left\{ -\frac{3f}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} + \frac{1}{R^2} \right\} \cos \phi \\ V_{z=-f} &= \frac{a^3 Q}{\mu} \frac{R}{(f^2+R^2)^{3/2}} \cos \phi \\ W_{z=-f} &= \frac{a^3 Q}{3\mu} \left\{ \frac{2f}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{1}{R^2} - \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} \right\} \sin \phi \end{aligned} \right\}$$

(i) の場合は内部歪核が第六圖の如く、水平方向に力が作用する場合と見られる。第7圖は水平變位の方向を示したものである。

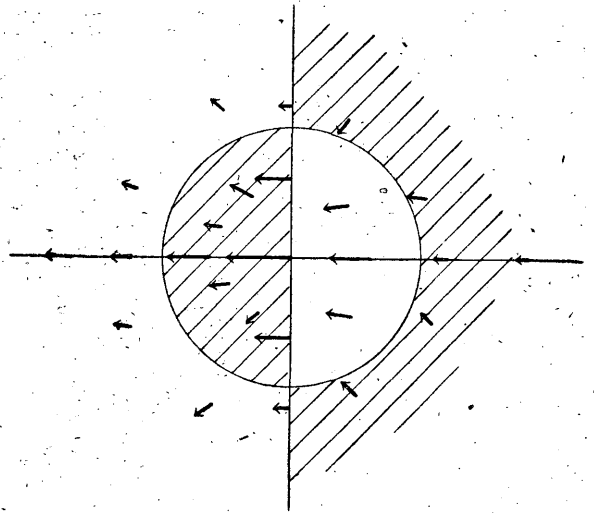
(ii) の場合は第9圖の如く球を振る様な力が働く場合である。第10圖は水平變位の方向を示した。

第 6 圖

$$\begin{aligned} \widehat{r r}_{r=a} &= P \sin \theta \cos \phi, \\ \widehat{r \theta}_{r=a} &= \widehat{r \phi}_{r=a} = 0 \end{aligned}$$

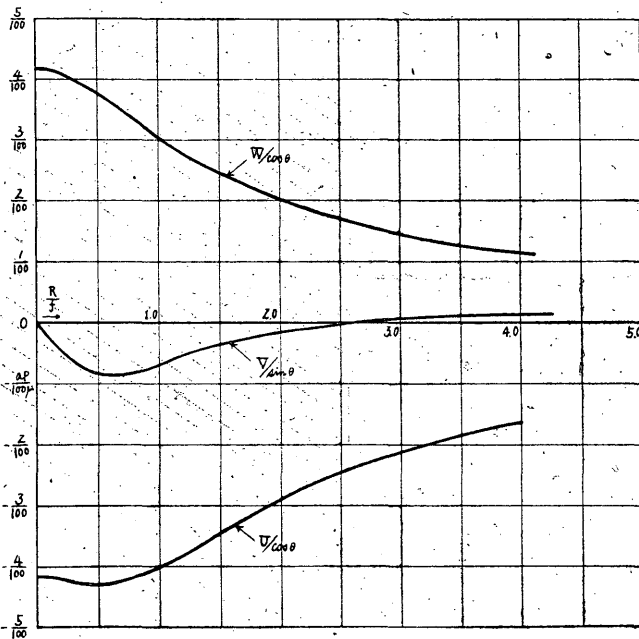


第 7 圖



斜線は  $z < 0$  を示ス

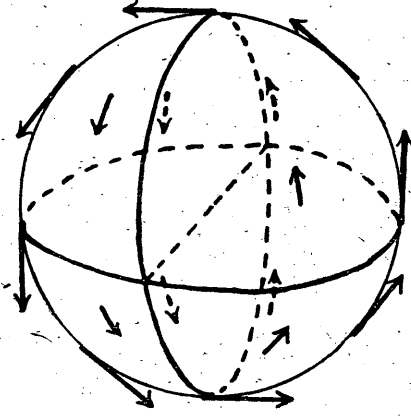
第 8 圖



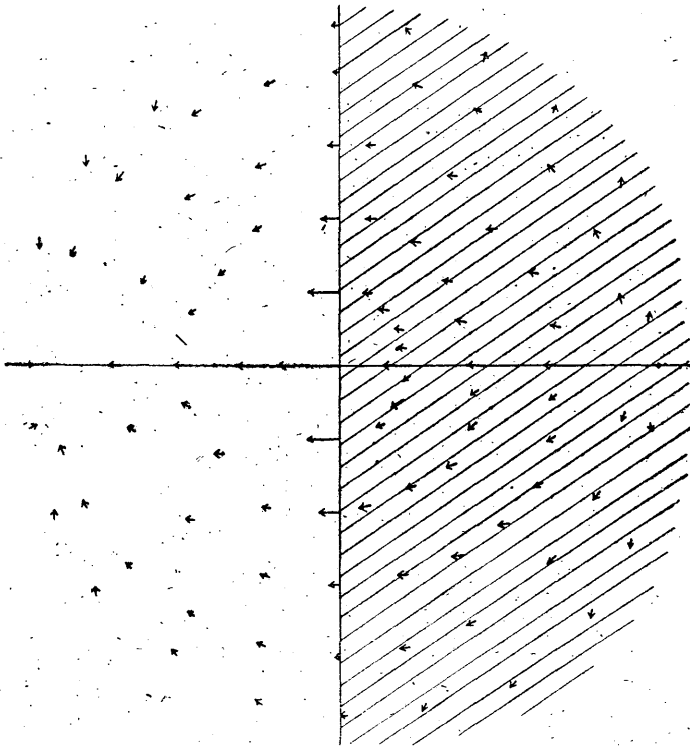
第 9 圖

$$\widehat{rr}_{r=a} = 0$$

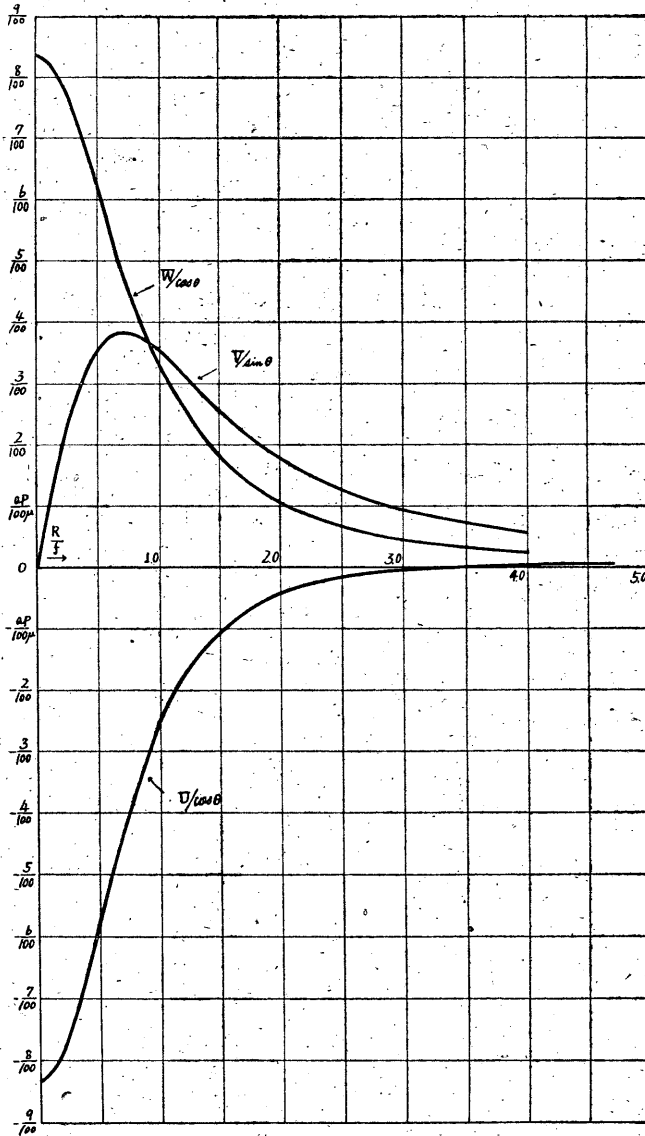
$$\widehat{r\theta}_{r=a} = Q \cos\phi, \quad \widehat{r\phi}_{r=a} = Q \cos\theta \sin\phi$$



第 10 圖



第 11 圖



3)  $n=2, m=1$  の場合

$$Z_1 = \frac{144}{17} a^3 P \left\{ \frac{3f^3 R}{(f^2 + R^2)^{7/2}} - \frac{fR}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right\}$$

$$Z_3 = -\frac{5}{34} a^5 P \left\{ \frac{33f^3 R}{(f^2 + R^2)^{9/2}} - \frac{13fR}{(f^2 + R^2)^{7/2}} \right\}$$

$$Z_2 = -3a^4 Q \left\{ \frac{5f^2 R}{(f^2 + R^2)^{7/2}} - \frac{R}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right\}$$

従つて

$$\begin{aligned} W_1(k) &= \frac{144}{17} a^3 P \int_0^\infty \left[ \frac{3f^3 R'}{(f^2 + R'^2)^{7/2}} - \frac{fR'}{(f^2 + R'^2)^{5/2}} \right] J_1(kR') R' dR' \\ &= \frac{144}{17} a^3 P \left( -\frac{2}{15} k + \frac{1}{5} f k^2 \right) e^{-fk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_3(k) &= -\frac{5}{34} a^5 P \int_0^\infty \left[ \frac{33f^3 R'}{(f^2 + R'^2)^{9/2}} - \frac{18fR'}{(f^2 + R'^2)^{7/2}} \right] J_1(kR') R' dR' \\ &= -\frac{1}{238} a^5 P \left( \frac{8}{3} \frac{k}{f^2} + \frac{8}{3} \frac{k^2}{f} + 11k^3 \right) e^{-fk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2(k) &= -3a^4 Q \int_0^\infty \left[ \frac{5f^2 R'}{(f^2 + R'^2)^{7/2}} - \frac{R'}{(f^2 + R'^2)^{5/2}} \right] J_1(kR') R' dR' \\ &= -a^4 Q k^2 e^{-fk} \end{aligned}$$

故に補正項は

$$\begin{aligned} U_{z=-f} &= -\frac{36}{17\mu} a^3 P \int_0^\infty \left( -\frac{2}{15} k + \frac{1}{5} f k^2 \right) e^{-fk} J_1'(kR) dk \cos \phi \\ &= \frac{36}{85\mu} a^3 P \left\{ \frac{2}{3} \left( \frac{f}{R^2(f^2 + R^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} + \frac{f}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{f(2R^2 - f^2)}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right\} \cos \phi \\ V_{z=-f} &= \frac{108}{17\mu} a^3 P \int_0^\infty \left( -\frac{2}{15} k + \frac{1}{5} f k^2 \right) e^{-fk} J_1(kR) dk \cos \phi \\ &= \frac{108}{85\mu} a^3 P \left\{ -\frac{2}{3} \frac{R}{(f^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{3f^2 R}{(f^2 + R^2)^{5/2}} \right\} \cos \phi \\ W_{z=-f} &= \frac{36}{17\mu} a^3 P \int_0^\infty \left( -\frac{2}{15} k + \frac{1}{5} f k^2 \right) e^{-fk} \frac{J_1(kR)}{kR} dk \sin \phi \\ &= \frac{36}{85\mu} a^3 P \left\{ -\frac{2}{3} \left( \frac{1}{R^2} - \frac{f}{R^2(f^2 + R^2)^{1/2}} \right) + \frac{f}{(f^2 + R^2)^{3/2}} \right\} \sin \phi \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_{z=-f} &= \frac{1}{952\mu} a^5 P \int_0^\infty \left( \frac{8}{3} \frac{k}{f^2} + \frac{8}{3} \frac{k^2}{f} + 11k^3 \right) e^{-fk} J_1(kR) dk \cos \phi \\
 &= \frac{1}{952\mu} a^5 P \left\{ \frac{8}{3f^2} \left( \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} + \frac{f}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{8}{3f} \frac{2R^2-f^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} - 11 \left( \frac{2f}{(f^2+R^2)^{5/2}} + \frac{5f(2R^2-f^2)}{(f^2+R^2)^{7/2}} \right) \right\} \cos \phi \\
 V_{z=-f} &= -\frac{3}{952\mu} a^5 P \int_0^\infty \left( \frac{8}{3} \frac{k}{f^2} + \frac{8}{3} \frac{k^2}{f} + 11k^3 \right) e^{-fk} J_1(kR) dk \cos \phi \\
 &= -\frac{3}{952\mu} a^4 P \left\{ \frac{8}{3f^2} \frac{R}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{25R}{(f^2+R^2)^{5/2}} + \frac{165f^2 R}{(f^2+R^2)^{7/2}} \right\} \cos \phi \\
 W_{z=-f} &= -\frac{1}{952\mu} a^5 P \int_0^\infty \left( \frac{8}{3} \frac{k}{f^2} + \frac{8}{3} \frac{k^2}{f} + 11k^3 \right) e^{-fk} \frac{J_1(kR)}{kR} dk \sin \phi \\
 &= -\frac{1}{952\mu} a^5 P \left\{ \frac{8}{3f^2} \left( \frac{1}{R^2} - \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{8}{3f} \frac{1}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{33f}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right\} \sin \phi \\
 U_{z=-f} &= \frac{1}{4\mu} a^4 Q \int_0^\infty k^2 e^{-fk} J_1'(kR) dk \cos \phi \\
 &= -\frac{1}{4\mu} a^4 Q \frac{2R^2-f^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} \cos \phi \\
 V_{z=-f} &= \frac{3}{4\mu} a^4 Q \int_0^\infty k^2 e^{-fk} J_1(kR) dk \cos \phi \\
 &= \frac{9}{4\mu} a^4 Q \frac{fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \cos \phi \\
 W_{z=-f} &= -\frac{1}{4\mu} a^4 Q \int_0^\infty k^2 e^{-fk} \frac{J_1(kR)}{kR} dK \sin \phi \\
 &= -\frac{1}{4\mu} a^4 Q \frac{1}{(f^2+R^2)^{3/2}} \sin \phi
 \end{aligned}$$

歪核と對稱の位置に逆向きの歪核を加へた時の表面の變位は

$$\begin{aligned}
 U_1 &= -\frac{6}{17\mu} a^3 P \left\{ \frac{7fR^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} + \frac{f^3}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right\} \cos \phi \\
 V_1 &= 0 \\
 W_1 &= \frac{6}{17\mu} a^3 P \frac{f}{(f^2+R^2)^{3/2}} \sin \phi \\
 U_3 &= -\frac{15}{68\mu} a^5 P \left\{ \frac{f^3}{(f^2+R^2)^{7/2}} - \frac{4fR^2}{(f^2+R^2)^{7/2}} \right\} \cos \phi \\
 V_3 &= 0 \\
 W_3 &= \frac{15}{68\mu} a^5 P \frac{f}{(f^2+R^2)^{5/2}} \sin \phi
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} U_z &= -\frac{3}{2\mu} a^4 P \frac{f^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} \cos \phi \\ V_z &= 0 \\ W_z &= \frac{3}{2\mu} a^4 P \frac{f^2-R^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} \sin \phi \end{aligned} \right\}$$

以上をまとめれば

(i) 内部歪核が

$$\begin{aligned} \widehat{r r}_{r=a} &= 3P \sin \theta \cos \theta \cos \phi \\ \widehat{r \theta}_{r=a} &= 0, \quad \widehat{r \phi}_{r=a} = 0 \end{aligned}$$

の時は

$$\left. \begin{aligned} U_{z--f} &= \left[ \frac{6}{85\mu} a^3 P \left[ -\frac{47fR^2+f^3}{(f^2+R^2)^{5/2}} - 4 \left\{ \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} \right\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{4f}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right] + \frac{1}{952\mu} a^5 P \left[ -\frac{5(53f^3-190fR^2)}{(f^2+R^2)^{7/2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{8}{3f^2} \left\{ \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} \right\} + \frac{8}{3f} \frac{2}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{21f}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \right] \cos \phi \\ V_{z--f} &= \left[ -\frac{108}{85\mu} a^3 P \left[ -\frac{2}{3} \frac{R}{(f^2+R^2)^{3/2}} + \frac{3f^2 R}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{952\mu} a^5 P \left[ \frac{8}{3f^2} \frac{R}{(f^2+R^2)^{3/2}} - \frac{25R}{(f^2+R^2)^{5/2}} + \frac{165f^2 R}{(f^2+R^2)^{7/2}} \right] \right] \cos \phi \\ W_{z--f} &= \left[ \frac{6}{85\mu} a^3 P \left[ \frac{-f}{(f^2+R^2)^{3/2}} - 4 \left\{ \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} - \frac{1}{R^2} \right\} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{952\mu} a^5 P \left[ \frac{8}{3f^2} \left( \frac{1}{R^2} - \frac{f}{R^2(f^2+R^2)^{1/2}} \right) + \frac{8}{3f} \frac{1}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{243f}{(f^2+R^2)^{5/2}} \right] \right] \sin \phi \end{aligned} \right\}$$

(ii) 内部歪核が

$$\begin{aligned} \widehat{r r}_{r=a} &= 0 \\ \widehat{r \theta}_{r=a} &= 3Q \cos \theta \cos \phi, \quad \widehat{r \phi}_{r=a} = -3Q(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sin \phi \end{aligned}$$

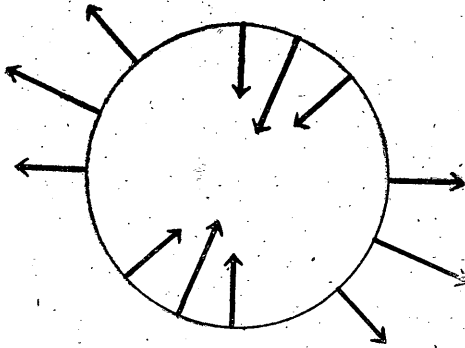
の時は

$$\left. \begin{aligned} U_{z--f} &= -\frac{1}{4\mu} a^4 Q \frac{-2R^2+5f^2}{(f^2+R^2)^{5/2}} \cos \phi \\ V_{z--f} &= \frac{9}{4\mu} a^4 Q \frac{fR}{(f^2+R^2)^{5/2}} \cos \phi \\ W_{z--f} &= +\frac{1}{4\mu} a^4 Q \left[ \frac{12f^2}{(R^2+f^2)^{5/2}} - \frac{5}{(f^2+R^2)^{3/2}} \right] \sin \phi \end{aligned} \right\}$$

(i) は内部歪核が第 12 圖の如く四象限型の發震機構の型となる。

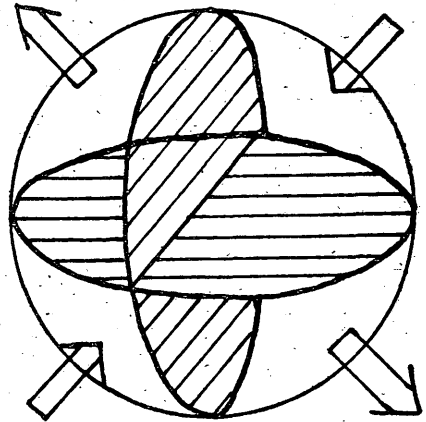
然しこれは、節面の交る軸が水平の場合で、一般の場合としてその軸が傾いて居る場合は第二報に於て述べたいと思つて居る。本多、三浦兩氏は半無限弾性體の表面に四象限型の歪力に依る變形を解いて、淺發地震の時生ずる地殻變動を説明したのがあるが、この場合も深發地震に就て地殻變動があれば説明出来るのではないかと思われる。第 13, 14 圖に變位の大きさ及水平變位の方向を示した。

第 11 圖

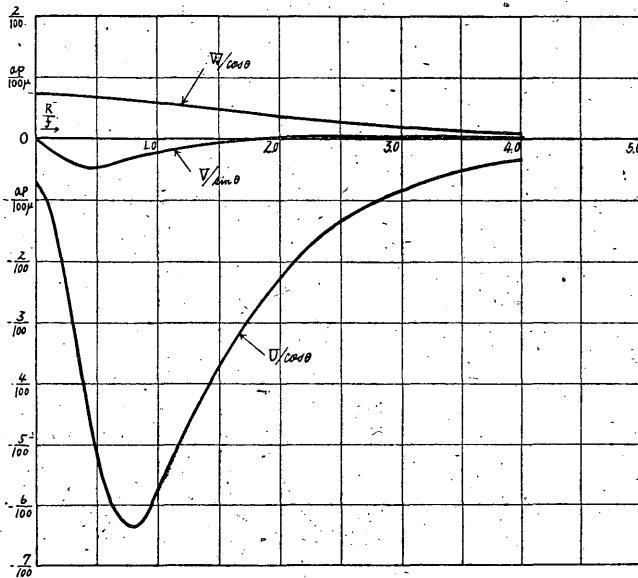


$$\begin{aligned} \widehat{rr}_{r=a} &= 3 P \sin \theta \cos \theta \cos \phi \\ \widehat{r\theta}_{r=a} &= 0, \widehat{r\phi}_{r=a} = 0 \end{aligned}$$

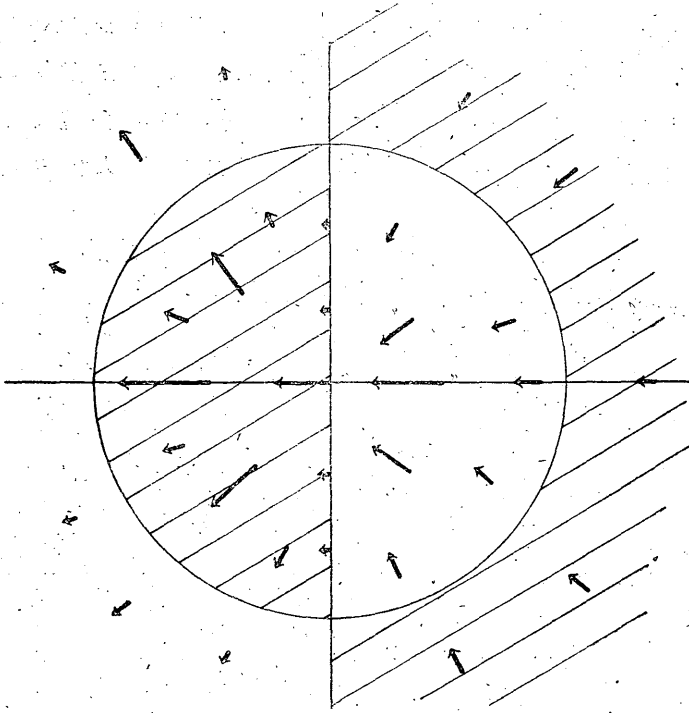
第 12 圖



第 13 圖



第 14 圖

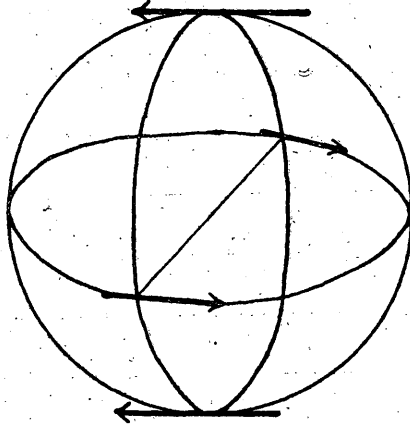


斜線は  $\varepsilon < 0$  を示す

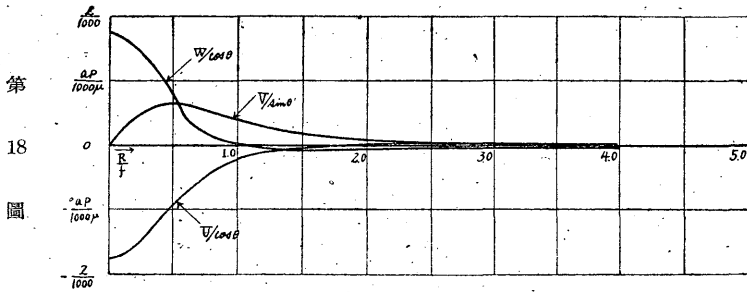
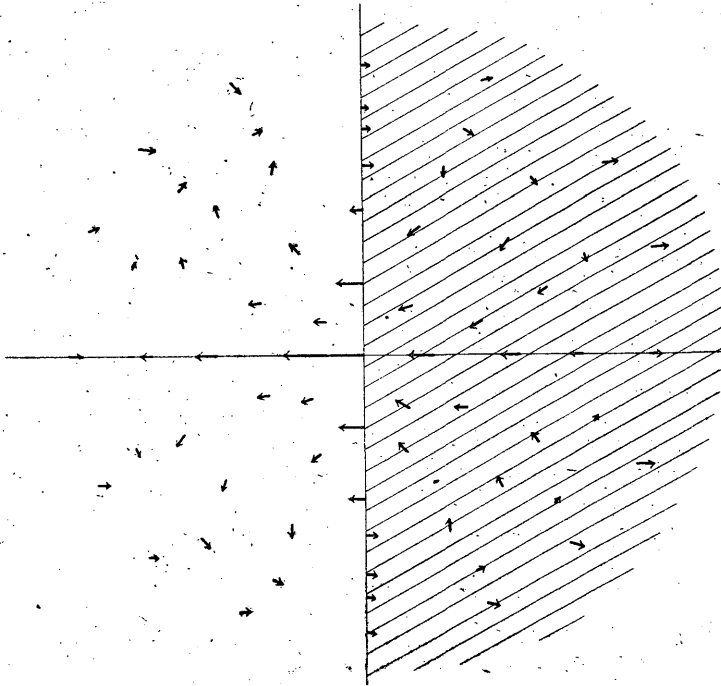
(ii) の場合は次の如く切線力が働く場合である。

$$\widehat{r r}_{r=a} = 0, \quad r \theta_{r=a} = 3 Q \cos \theta \cos \phi, \quad r \phi_{r=a} = -3 Q (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sin \phi$$

第 16 圖



第 17 圖 斜線は  $z < 0$  を示す



終りに終始御指導と御鞭撻を下さいました，朝鮮總督府氣象臺長本多弘吉博士並に廣野卓藏，本間正作兩氏に厚く御禮を申し上げます。

(昭和 18 年 2 月 2 日 於中央氣象臺)