津浪の海棚での振動

高木　聖*

1.

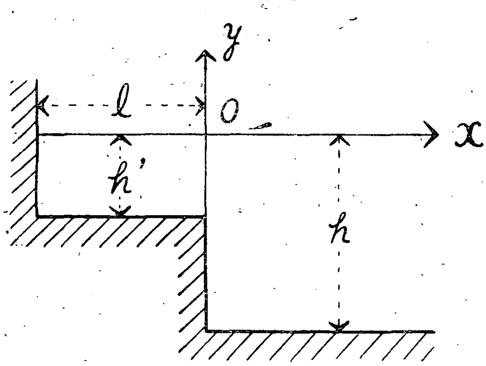
検潮儀による津浪の記録を見ると或る振動を續けてゐるやうに思はれる．この振動が果して何であるか．外海から襲來して來る津浪自身がかう言ふ振動性のものであるか，それとも灣の固有振動の誘發されたものであるかが問題である．今迄の論文では多く津浪を週期的振動と考へてあるやうであるが[(1)]，この論文では衝動性の場合を解析してみることにした．

即ち津浪の形を衝動的な函數にをいて，灣の内でそれがどう變化して．記録にあるやうな振動を生ずるかどうか調べてみたのである．尤も灣の問題は數學的に稍々複雜であるので，海棚の問題とし，二次元的に取扱ふことにした．

2.

第 1 圖の様な模型的な海棚を考へる事にする．座標軸は外海に接する所に第 1 圖の様に取る．h は外海の深さで，h' は海棚の深さ，l は棚の奥行である．

第 1 圖



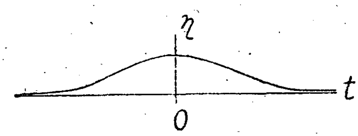
津浪の形を第 2 圖の様なものと考へると，波形は，η を波の高さ，t を時間とすれば，

$$\eta=e^{-\alpha^2 ght^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (2.1)$$

と置く事が出來る．玆に α は波形の緩やかさによる常數であり，g は動力の加速度である．この波が傳つて來る場合を考へるから，

$$\eta=e^{-\alpha^2(\sqrt{gh}t+x)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (2.2)$$

第 2 圖



となる．このまゝでは $x=0$ の所の境界條件を滿足させる事がむづかしいので，Fourier 積分を用ゐる事にすると，

$$\eta=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}df\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2u^2}e^{if(\sqrt{gh}t+x-u)}du$$

---

* 中央氣象臺

(1) この種の解法は種々あるけれども，例へば

K. Sezawa ; Growth and Decay of Seiches in an Epicontinental Sea ; Bull. Earthq. Res. Inst **13** (1935) 2.

岡本元治郎 ; 海棚又は灣の振動に對する海底形狀の影響，地球物理　第一卷　第一號.

その外，日高孝次，野滿隆治等諸氏の論文あり．

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{if(\sqrt{gh}t+x)}\,df\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2u^2-ifu}\,du \quad\cdots\cdots\cdots(2.3)$$

從つて，外海での波 $Ke^{if(\sqrt{gh}t+x)}$ （ここに $K=e^{-a^2u^2-ifu}$）に對する海棚での波を求め，それを u, f につき積分すれば，灣內での様子を知る事が出來ると思ふ．

以下全然妹澤博士[(1)]と同じやり方をする．v_1, v_2 を外海の前進波と後退波の水平變位，w_1, w_2 を外海の二つの波の垂直變位，v_1', v_2' を同様海棚の二つの波の水平變位，w_1', w_2' を海棚の垂直變位とすれば，

$$\left.\begin{aligned}
v_1&=-\frac{iK}{fh}e^{if(\sqrt{gh}t+x)}, & w_1&=Ke^{if(\sqrt{gh}t+x)},\\
v_2&=\frac{iKA}{fh}e^{if(\sqrt{gh}t-x)}, & w_2&=AKe^{if(\sqrt{gh}t-x)},\\
v_1'&=-\frac{iKB}{fh'}e^{if'(\sqrt{gh'}t+x)}, & w_1'&=BKe^{if'(\sqrt{gh'}t+x)},\\
v_2'&=\frac{iKC}{fh'}e^{if'(\sqrt{gh'}t-x)}, & w_2'&=CKe^{if'(\sqrt{gh'}t-x)},
\end{aligned}\quad \text{但し}\quad f\sqrt{gh}=f'\sqrt{gh'}\right\}\cdots(2.4)$$

こゝに $K=e^{-a^2u^2-ifu}$，$i=\sqrt{-1}$．A, B, C，は境界條件により決まる常數とす．

境界條件として，$x=0$ では水の水平流量及び垂直變位が連續でなければならないから，

$$h(v_1+v_2)=h'(v_1'+v_2'),\quad w_1+w_2=w_1'+w_2' \quad\cdots\cdots\cdots(2.5)$$

$x=-l$ では水平移動はないものとして，

$$v_1'+v_2'=0 \quad\cdots\cdots\cdots(2.6)$$

この三式を滿足するやうに (2.4) の A, B, C をきめる．今 A は必要ないので，

$$\left.\begin{aligned}
B&=\frac{2}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\\
C&=\frac{2e^{-\frac{2il}{\beta}f}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(2.7)$$

こゝに $\beta=\sqrt{\frac{h'}{h}}=\frac{f}{f'}<1$ と置く．

從つてその一つ一つの波に對する海棚での波の垂直變位は，

$$w'=w_1'+w_2'=\frac{2K}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\left\{e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)f}+e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)f}\right\}\cdots\cdots(2.8)$$

故に求める海棚の波の垂直變位 η' は，これを u, f につき積分すればよいので，

(1) 前出，妹澤博士の論文參照．

$$\eta'=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\{e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)f}+e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)f}\}df\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2u^2-ifu}du$$

$$=\frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-\frac{f^2}{4\alpha^2}}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\{e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)f}+e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)f}\}df$$

$$=\frac{e^{-\frac{\alpha^2}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t+x)^2}}{\alpha\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{4\alpha^2}\left\{f-i\frac{2\alpha^2}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)\right\}^2}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}df$$

$$+\frac{e^{-\frac{\alpha^2}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t-x-2l)^2}}{\alpha\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-\frac{1}{4\alpha^2}\left\{f-i\frac{2\alpha^2}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)\right\}^2}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}df$$

波形がゆるやかで α が割合に小さいとして Steepest Descent の方法で積分し，第一項のみ取れば，

$$\eta'=\frac{2e^{-\frac{\alpha^2}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t+x)^2}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{\frac{4\alpha^2l}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t+x)}}+\frac{2e^{-\frac{\alpha^2}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t-x-2l)^2}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{\frac{4\alpha^2l}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t-x-2l)}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2.9)$$

從つて，灣奥 ($x=-l$) では，

$$\eta'_{x=-l}=\frac{4e^{-\frac{\alpha^2}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t-l)^2}}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{\frac{4\alpha^2l}{\beta^2}(\sqrt{gh'}t-l)}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2.10)$$

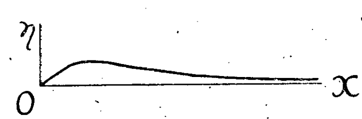
この波形は水位の高くなる速さが減小する速さより幾分遲い事を表はし，この事は可成り興味ある事であるが外海の波と大體同じであつて，高さがほゞ2倍になつてゐるに過ぎない．依つて，海棚では振動し難いことが分つた．即ち第2圖の様な波では實測の様な津浪の振動は起らないと言ふことになると思ふ．但し上の複素積分の式が極を持つ事より自由振動が存在する事は言ふ迄もない．

3.

第2圖の様な波形では海棚で振動しないから，第3圖の様な波形を考へてみたらと，本間正作先輩に敎へられて計算してみた．

これは波が突然始まるやうな形になつてゐる．

第 3 圖



この時は

$$\left.\begin{array}{ll}\eta=0 & t<0\\ \eta=te^{-\gamma t} & 0\leqq t\leqq\infty\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(3.1)$$

とをくべきだらうと思ふ．こゝに γ は正の常數．灣外から傳はつて來る波は，

$$\left.\begin{array}{ll}\eta=0 & \sqrt{gh}t+x<0\\ \eta=(\sqrt{gh}t+x)e^{-\gamma(\sqrt{gh}t+x)} & \sqrt{gh}t+x\geqq 0\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(3.2)$$

となる．2 と同様 Fourier 積分を用ゐると，

$$
\left.
\begin{aligned}
&\eta=0 && \sqrt{gh}t+x<0\\
&\eta=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}df\int_{0}^{\infty}ue^{-\gamma u}e^{if(\sqrt{gh}t+x-u)}\,du && \sqrt{gh}\,t+x\geqq 0
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.3)
$$

これも 2 と同様に取扱つて，海棚の波の垂直變位 η' は，

$$
\left.
\begin{aligned}
&\eta'=0, \qquad\qquad \sqrt{gh'}t<-x\\
&\eta'=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\{e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)f}+e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)f}\}df\int_{0}^{\infty}ue^{-\gamma u-ifu}\,du\\
&\quad=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{1}{\gamma+if}+\frac{1}{(\gamma+if)^2}\right\}\frac{1}{(1+\beta)+(1-\beta)e^{-\frac{2il}{\beta}f}}\{e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)f}+e^{\frac{i}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)f}\}df
\end{aligned}
\right.
$$

この積分は指數函數の肩に附く値の如何により，積分路を f 面の $+i\infty$ 又は $-i\infty$ に移動すれば，留數の定理で單極の周圍の積分として計算出來るから，

$$
=\begin{cases}
2\dfrac{\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x+\beta)\,e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x+\beta+2l)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x-2l)}}{\{(1+\beta)+(1-\beta)\,e^{\frac{2l}{\beta}\gamma}\}^2}\\[2ex]
\quad-\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}}+\frac{1}{\left(\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}\right)^2}\right]\frac{e^{-\frac{1}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}(\sqrt{gh'}t+x)}}{\frac{(1-\beta)\,l}{\beta}\,e^{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi}}\\[2ex]
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -x<\sqrt{gh'}t<x+2l\\[2ex]
2\dfrac{\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x+\beta)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x+2l+\beta)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t+x-2l)}+\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l+\beta)\,e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-2l)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x+\beta)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-x-4l)}}{\{(1+\beta)+(1-\beta)\,e^{\frac{2l}{\beta}\gamma}\}^2}\\[2ex]
\quad-\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}}+\frac{1}{\left(\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}\right)^2}\right]\\[2ex]
\quad\times\dfrac{e^{-\frac{1}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}(\sqrt{gh'}t+x)}+e^{-\frac{1}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi\right\}(\sqrt{gh'}t-x-2l)}}{\frac{(1-\beta)\,l}{\beta}\,e^{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i(2n+1)\pi}}\\[2ex]
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x+2l<\sqrt{gh'}t
\end{cases}
\quad(3.4)
$$

こゝに n は整數. $x=-l$ の所では，

$$
\left.
\begin{aligned}
&\eta'=0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \sqrt{gh'}t<l \\
&\eta'=4\frac{\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l+\beta)\,e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+l+\beta)\,e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-3l)}}{\{(1+\beta)+(1-\beta)\,e^{\frac{2l}{\beta}\gamma}\}^2} \\
&\quad-\frac{2\beta}{(1-\beta)\,l}e^{-\left(\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t+l)}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i\,(2n+1)\,\pi\right\}}\right. \\
&\quad\left.+\frac{1}{\left(\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i\,(2n+1)\,\pi\right\}\right)^2}\right]e^{i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l\right\}\pi} \qquad \sqrt{gh'}t>l
\end{aligned}
\right\}\quad(3.5)
$$

簡單のために.

$$
\Omega_1=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi}}{\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i\,(2n+1)\,\pi\right\}}\quad\cdots\cdots(3.6)
$$

とをけば,

$$
\Omega_2=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi}}{\left(\gamma-\frac{\beta}{2l}\left\{\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|+i\,(2n+1)\,\pi\right\}\right)^2}=-\frac{d}{d\gamma}\Omega_1\quad\cdots\cdots(3.7)
$$

こゝに m を常數とすれば,

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{m\cos x}{1^2+m^2}+\frac{m\cos 3x}{3^2+m^2}+\frac{m\cos 5x}{5^2+m^2}+\cdots&=\frac{\pi}{4}\frac{e^{m(x+\pi)}+e^{-m(x+\pi)}-e^{mx}-e^{-mx}}{e^{m\pi}-e^{-m\pi}} && -\pi\leqq x\leqq 0\\
&=\frac{\pi}{4}\frac{e^{m(x-\pi)}+e^{-m(x-\pi)}-e^{mx}-e^{-mx}}{e^{m\pi}-e^{-m\pi}} && 0\leqq x\leqq\pi\\
\frac{\sin x}{1^2+m^2}+\frac{3\sin 3x}{3^2+m^2}+\frac{5\sin 5x}{5^2+m^2}+\cdots&=-\frac{\pi}{4}\frac{e^{m(x+\pi)}-e^{-m(x+\pi)}-e^{mx}+e^{-mx}}{e^{m\pi}-e^{-m\pi}} && -\pi\leqq x\leqq 0\\
&=-\frac{\pi}{4}\frac{e^{m(x-\pi)}-e^{-m(x-\pi)}-e^{mx}+e^{-mx}}{e^{m\pi}-e^{-m\pi}} && 0\leqq x\leqq\pi
\end{aligned}
\right\}\quad(3.8)
$$

なる關係があるし[(1)], (3.5) は Real Part のみ取ればよろしいから,

$$
m=\frac{1}{\pi}\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\qquad x=\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi
$$

と考へると, Ω_1 及び Ω_2 は次の様になる.

$$
\Omega_1=\frac{2l}{\pi\beta}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi}}{\frac{1}{\pi}\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)-i\,(2n+1)}
$$

(1) Whittaker and Watson, Modern Analysis, p. 185.

$$=\frac{2l}{\pi\beta}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\frac{1}{\pi}\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)e^{-i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi}}{\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)^2+(2n+1)^2}\right.$$

$$\left.+\frac{i(2n+1)e^{-i(2n+1)\left\{1+\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)\right\}\pi}}{\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)^2+(2n+1)^2}\right]$$

$$=\left\{\begin{array}{ll}\frac{l}{\beta}\frac{\{e^{-2\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\}e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)}}{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}} & l<\sqrt{gh'}t<3l \\ \frac{l}{\beta}\frac{\{1-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\}e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)}}{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}-e^{-\left(\frac{l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}} & 3l<\sqrt{gh'}t<5l\end{array}\right\}\quad(3.9)$$

従つて，

$$\Omega_2=\left\{\begin{array}{l}-\frac{l\gamma}{\beta^2}\frac{\left\{\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{4l}{\gamma}\right)-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{6l}{\gamma}\right)e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l)\right.}{\{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}\cdot \\ \cdot\frac{\left.e^{-2\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}+\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{2l}{\gamma}\right)e^{-3\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\right\}e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)}}{-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta+1}\right|\right)}\}^2} \\ \qquad l<\sqrt{gh'}t<3l \\ -\frac{lr}{\beta^2}\frac{\left\{\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{4l}{\gamma}\right)-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{2l}{\gamma}\right)e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}+\left(\sqrt{gh'}t-l-\frac{2l}{\gamma}\right)\right.}{\{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta+1}\right|\right)}}\cdot \\ \cdot\frac{\left.e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta+1}\right|\right)}-(\sqrt{gh'}t-l)e^{-2\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\right\}e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)}}{-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\}^2} \\ \qquad 3l<\sqrt{gh'}t<5l\end{array}\right\}\quad(3.10)$$

故に求むる η' は，

$$\eta'=0 \qquad \sqrt{gh'}t<l$$

$$\eta'=4\frac{\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l+\beta)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+l+\beta)e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-3l)}}{\{(1+\beta)+(1-\beta)e^{\frac{2l}{\beta}\gamma}\}^2}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&+\frac{2\gamma}{(1-\beta)\beta}e^{-\left(\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t+l)}\\
&\times\frac{\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{4l+\beta}{\gamma}\right)-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{6l+\beta}{\gamma}\right)e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}{\{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}\\
&\cdot\frac{-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{1}{\gamma}\right)e^{-2\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}+\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{2l+\beta}{\gamma}\right)e^{-3\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}{-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}\}^2}\\
&\times e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)} \qquad l<\sqrt{gh'}t<3l\\
\eta'=4&\frac{\frac{1+\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l+\beta)\,e^{-\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-l)}+\frac{1-\beta}{\beta}(\sqrt{gh'}t+l+\beta)\,e^{\frac{\gamma}{\beta}(\sqrt{gh'}t-3l)}}{\{(1+\beta)+(1-\beta)e^{\frac{2l}{\beta}\gamma}\}^2}\\
&+\frac{2\gamma}{(1-\beta)\beta}e^{-\left(\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t+l)}\\
&\times\frac{\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{4l+\beta}{\gamma}\right)-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{2l+\beta}{\gamma}\right)e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}{\{e^{\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}\\
&\cdot\frac{+\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{2l-\beta}{\gamma}\right)e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}-\left(\sqrt{gh'}t-l+\frac{1}{\gamma}\right)e^{-2\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)}}{-e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\rho-1}\right|\right)}\}^2}\\
&\times e^{-\left(\frac{2l}{\beta}\gamma-\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t-l)} \qquad 3l<\sqrt{gh'}t<5l
\end{aligned}
\right\}\quad(3.11)
$$

$\sqrt{gh'}t$ が $5l$ より大きい場合は，$5l<\sqrt{gh'}t<7l$ では (3.11) の第二式の $\frac{2\gamma}{(1-\beta)\beta}e^{-\left(\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}+l)}$ の因數は $l<\sqrt{gh'}t<3l$ の場合と同じで繰返へされ，$7l<\sqrt{gh'}t<9l$ では第三式の $\frac{2\gamma}{(1-\beta)\beta}e^{-\left(\log\left|\frac{\beta+1}{\beta-1}\right|\right)\frac{1}{2l}(\sqrt{gh'}t+l)}$ の因數は $3l<\sqrt{gh'}t<9l$ の場合と同じである．以下同様にして繰り返へされる．從つて η' は減衰性の週期函數を含み，その週期 T は

$$T=\frac{4l}{\sqrt{gh'}}$$

となる．これは寺田博士，本多光太郎博士[(1)]等の硏究と週期の點では一致するものである．

但し寺田，本多兩博士のは矩形灣の場合であるが，矩形灣の時と海棚の時では周期の式が一致すべき事は岡本氏の論ぜられた通である[(2)]．

---

(1) Journal of Coll. of Science, Tokyo Imp. Univ. 24 (1908)

(2) 岡本元治郎氏前出

4.

以上の計算では實測の値について振幅を計算しなかつたが，それは後程に出すことにする．

この論文の目指す所は，津浪を週期函數としないで衝動的函數にをいても，觀測されるやうな灣の固有週期が誘發されるかどうかを調べた所にある．その結果は第2圖の様な徐々に變化してゆく津浪では固有振動が誘發され難く，第3圖の様な突然始まるやうな形の場合に誘發されることが數式の上で出て來たわけである．

この論文は，本多弘吉博士は言ふに及ばず，本間正作先輩の親切なお手引がなかつたら出來ません所でしたので，こゝに厚く御禮申し上げます．尚東大理學部地震學教室の佐藤泰夫君並びに化學教室の藤井睦雄君の友宜に對し，深く感謝致します．

昭和十六年十一月二十日　脱稿