

報 時 震 驗

第 12 卷 第 1 號

半無限均一彈性體の表面に週期的力が働いて 生ずる弾性波の傳播

廣 野 卓 藏*

§1. 緒 言

本文は、筆者の淺發地震に關する研究の一部である。目的は深發地震に就て大成功を収めた地震波の定量的研究を、淺發地震にもおしひろめんとするものである。その理論的研究の第一歩として、半無限均一彈性體の表面に任意の力が働いて生ずる弾性波の傳播を取扱つた。その前半の問題が表題の如き、力が週期的に働いた場合である。

全く同じ問題を既に故中野博士が解いておられるが、⁽¹⁾ 博士のは地表面の波動丈を計算しておられて、より重要な内部の状態は考へておられない。此處で解いたのは、その内部の状態である。故に本研究はいはゞ同博士の研究の繼續とも見られよう。

尙紙數の關係上、本文では計算と結果の要點のみを記し、全文は又別誌に發表する積りである。

§2. 運動方程式とその解法

半無限均一彈性體の境界面に原點を有する圓筒座標 (r, φ, z) を考へる。z 軸は同面に垂直で下方が正である。變位量を ϑ , $(\vartheta_r, \vartheta_\varphi, \vartheta_z)$ とおくと運動の方程式は

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \vartheta_r}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 \vartheta_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vartheta_r}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \left(\vartheta_r - \frac{\partial^2 \vartheta_r}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \vartheta_\varphi}{\partial \varphi} \right\} \\ \rho \frac{\partial^2 \vartheta_\varphi}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 \vartheta_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vartheta_\varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \left(\vartheta_\varphi - \frac{\partial^2 \vartheta_\varphi}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \vartheta_r}{\partial \varphi} \right\} \\ \rho \frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial \varphi^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

但し t ; 時間, ρ ; 密度, λ, μ ; ラーメ常數である。

* 中央氣象臺

(1) H. Nokano, Some Problems concerning the Propagation of the Disturbances in and on Semi-Infinite Elastic Solid, Geophy. Mag. Vol. 2 No. 4 (1930).

又

$$\Delta = \text{div } \vartheta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \vartheta_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vartheta_z}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

中野博士は以上の運動方程式を基とし、地面表に原點を中心として (i) 放射狀剪斷力 (Radial Force). (ii) 回轉狀剪斷力 (Transverse Force) (iii) 垂直力 (Normal Force) が働く三つの場合を解いておられるが、筆者もそれに従つてそれぞれの場合を解いた。併し孰れも同一方法で解けるものであるから、こゝでは主として (i) の場合を、而もその要點のみを示す事にする。

(i) の力が $\Pi_n(r) \cos n\varphi e^{i\omega t}$ であるとし、その時の彈性體内の一點の變位を

$$\vartheta = \vartheta_{11} + \vartheta_{21} \dots\dots\dots (3)$$

とおくと中野博士によれば、

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{11r} &= -\frac{1}{4\mu} \int_0^\infty dr' \Pi_n(r') r' \int_0^\infty \frac{\xi \beta}{F(\xi)} \{2\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta z}\} \\ &\quad \times \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} \{J_{n+1}(\xi r) - J_{n-1}(\xi r)\} d\xi \cos n\varphi e^{i\omega t} \\ \vartheta_{11\varphi} &= -\frac{1}{4\mu} \int_0^\infty dr' \Pi_n(r') r' \int_0^\infty \frac{\xi \beta}{F(\xi)} \{2\xi^2 e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta z}\} \\ &\quad \times \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} \{J_{n+1}(\xi r) + J_{n-1}(\xi r)\} d\xi \sin n\varphi e^{i\omega t} \\ \vartheta_{11z} &= -\frac{1}{2\mu} \int_0^\infty dr' \Pi_n(r') r' \int_0^\infty \frac{\xi^2}{F(\xi)} \{2\alpha\beta e^{-\alpha z} - (2\xi^2 - k^2) e^{-\beta z}\} \\ &\quad \times \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} J_n(\xi r) d\xi \cos n\varphi e^{i\omega t} \\ \vartheta_{21r} &= \frac{1}{4\mu} \int_0^\infty dr' \Pi_n(r') r' \int_0^\infty \frac{\xi}{\beta} e^{-\beta z} \{J_{n+1}(\xi r') + J_{n-1}(\xi r')\} \\ &\quad \times \{J_{n+1}(\xi r) + J_{n-1}(\xi r)\} d\xi \cos n\varphi e^{i\omega t} \\ \vartheta_{21\varphi} &= \frac{1}{4\mu} \int_0^\infty dr' \Pi_n(r') r' \int_0^\infty \frac{\xi}{\beta} e^{-\beta z} \{J_{n+1}(\xi r') + J_{n-1}(\xi r')\} \\ &\quad \times \{J_{n+1}(\xi r) - J_{n-1}(\xi r)\} d\xi \sin n\varphi e^{i\omega t} \\ \vartheta_{21z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

但し

$$F(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\xi^2 \alpha \beta \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{p^2 \rho}{\lambda + 2\mu} = h^2, \quad \frac{p^2 \rho}{\mu} = k^2 \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\xi^2 - h^2}, \quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k^2} \quad (\alpha, \beta \text{ の實數部が正なる如き値を採る}) \\ \alpha &= \sqrt{\xi^2 - h^2} \quad |\xi| > h, \quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k^2} \quad |\xi| > k \\ &= i\sqrt{h^2 - \xi^2} \quad |\xi| < h, \quad = i\sqrt{k^2 - \xi^2} \quad |\xi| < k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。

上の式を更に分けて

$$\left. \begin{aligned}
 X_1 &= \int_0^\infty \frac{2\xi^3 \beta}{F(\xi)} e^{-\alpha z \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} \{J_{n+1}(\xi r) \pm J_{n-1}(\xi r)\}} d\xi \\
 X_2 &= \int_0^\infty \frac{2\xi^2 \alpha \beta}{F(\xi)} e^{-\alpha z \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} J_n(\xi r)} d\xi \\
 Y_1 &= \int_0^\infty \frac{\xi \beta (2\xi^2 - k^2)}{F(\xi)} e^{-\beta z \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} \{J_{n+1}(\xi r) \pm J_{n-1}(\xi r)\}} d\xi \\
 Y_2 &= \int_0^\infty \frac{\xi^2 (2\xi^2 - k^2)}{F(\xi)} e^{-\beta z \{J_{n+1}(\xi r') - J_{n-1}(\xi r')\} J_n(\xi r)} d\xi \\
 Z &= \int_0^\infty \frac{\xi}{\beta} e^{-\beta z \{J_{n+1}(\xi r') + J_{n-1}(\xi r')\} \{J_{n+1}(\xi r) \pm J_{n-1}(\xi r)\}} d\xi
 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

を計算する。X については $\xi = h \sin w$, Y, Z については $\xi = k \sin w$ とおくと

$$\left. \begin{aligned}
 X_1 &= -2ih \int_0^{\pi/2 + t\infty} G_1(\gamma) \{J_{n+1}(hr' \sin w) \pm J_{n-1}(hr' \sin w)\} \\
 &\quad \times \{J_{n+1}(hr \sin w) \pm J_{n-1}(hr \sin w)\} e^{-th\gamma z} \sin w dw \\
 X_2 &= -2h \int_0^{\pi/2 + t\infty} G_2(\gamma) \{J_{n+1}(hr' \sin w) \pm J_{n-1}(hr' \sin w)\} \\
 &\quad \times J_n(hr \sin w) e^{-th\gamma z} \sin^2 w dw \\
 Y_1 &= -ik \int_0^{\pi/2 + t\infty} F_1(\gamma) \{J_{n+1}(kr' \sin w) \pm J_{n-1}(kr' \sin w)\} \\
 &\quad \times \{J_{n+1}(kr \sin w) \pm J_{n-1}(kr \sin w)\} e^{-tk\gamma z} \sin w dw \\
 Y_2 &= -k \int_0^{\pi/2 + t\infty} F_2(\gamma) \{J_{n+1}(kr' \sin w) \pm J_{n-1}(kr' \sin w)\} \\
 &\quad \times J_n(kr \sin w) e^{-tk\gamma z} \sin^2 w dw \\
 Z &= -ik \int_0^{\pi/2 + t\infty} \{J_{n+1}(kr' \sin w) \pm J_{n-1}(kr' \sin w)\} \\
 &\quad \times \{J_{n+1}(kr \sin w) \pm J_{n-1}(kr \sin w)\} e^{-tk\gamma z} \sin w dw
 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

但し $\varepsilon = k/h = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\mu}$ $\gamma = \cos w$ とすると

$$\left. \begin{aligned}
 G_1(\gamma) &= \frac{\gamma(\gamma^2 - 1)\sqrt{\gamma^2 + \varepsilon^2 - 1}}{D(\gamma)}, & G_2(\gamma) &= \frac{\gamma^2\sqrt{\gamma^2 + \varepsilon^2 - 1}}{D(\gamma)} \\
 F_1(\gamma) &= \frac{\gamma^2(2\gamma^2 - 1)}{E(\gamma)}, & F_2(\gamma) &= \frac{\gamma(2\gamma^2 - 1)}{E(\gamma)} \\
 D(\gamma) &= \{\varepsilon^2 + 2(\gamma^2 - 1)\}^2 - 4\gamma(\gamma^2 - 1)\sqrt{\gamma^2 + \varepsilon^2 - 1}, \\
 E(\gamma) &= (2\gamma^2 - 1)^2 - 4\gamma(\gamma^2 - 1)\sqrt{\gamma^2 + \frac{1}{\varepsilon^2} - 1}
 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

である。(10) を更に二通りに變換する。即ち第 1 の變換の結果は

$$\begin{aligned}
 X_1 &= -ih \int_{-\pi/2-i\infty}^{\pi/2+i\infty} G_1(\gamma) \{J_{n+1}(hr' \sin w) - J_{n-1}(hr' \sin w)\} \\
 &\quad \times \{H_{n+1}(hr \sin w) \pm H_{n-1}(hr \sin w)\} e^{-ih\gamma z} \sin w \, dw \\
 X_2 &= -h \int_{-\pi/2-i\infty}^{\pi/2+i\infty} G_2(\gamma) \sin w \{J_{n+1}(hr' \sin w) - J_{n-1}(hr' \sin w)\} \\
 &\quad \times H_n(hr \sin w) e^{-ih\gamma z} \sin w \, dw \\
 Y_1 &= -\frac{ik}{2} \int_{-\pi/2-i\infty}^{\pi/2+i\infty} F_1(\gamma) \{J_{n+1}(kr' \sin w) - J_{n-1}(kr' \sin w)\} \\
 &\quad \times \{H_{n+1}(kr \sin w) \pm H_{n-1}(kr \sin w)\} e^{-ik\gamma z} \sin w \, dw \\
 Y_2 &= -\frac{k}{2} \int_{-\pi/2-i\infty}^{\pi/2+i\infty} F_2(\gamma) \sin w \{J_{n+1}(kr' \sin w) - J_{n-1}(kr' \sin w)\} \\
 &\quad \times H_n(kr \sin w) e^{-ik\gamma z} \sin w \, dw
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

第 2 に Weyl の變換を用ゐると

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \frac{i^n h}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2+i\infty} \{e^{i(n+1)\psi} \mp e^{i(n-1)\psi}\} G_1(\gamma) \{J_{n+1}(hr' \sqrt{1-\gamma^2}) \\
 &\quad - J_{n-1}(hr' \sqrt{1-\gamma^2})\} e^{-ihR \cos w} \sin w \, dw \\
 X_2 &= -\frac{i^n h}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2+i\infty} e^{in\psi} \sqrt{1-\gamma^2} G_2(\gamma) \{J_{n+1}(hr' \sqrt{1-\gamma^2}) \\
 &\quad - J_{n-1}(hr' \sqrt{1-\gamma^2})\} e^{-ihR \cos w} \sin w \, dw \\
 Y_1 &= \frac{i^n k}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2+i\infty} \{e^{i(n+1)\psi} \mp e^{i(n-1)\psi}\} F_1(\gamma) \{J_{n+1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2}) \\
 &\quad - J_{n-1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2})\} e^{-ikR \cos w} \sin w \, dw \\
 Y_2 &= -\frac{i^n k}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2+i\infty} e^{in\psi} \sqrt{1-\gamma^2} F_2(\gamma) \{J_{n+1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2}) \\
 &\quad - J_{n-1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2})\} e^{-ikR \cos w} \sin w \, dw \\
 Z &= \frac{i^n k}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2+i\infty} \{e^{i(n+1)\psi} \mp e^{i(n-1)\psi}\} \{J_{n+1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2}) \\
 &\quad + J_{n-1}(kr' \sqrt{1-\gamma^2})\} e^{-ikR \cos w} \sin w \, dw
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

但し (13) 式に於ては

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \cos \theta \sin w \cos \varphi + \sin \theta \cos w \\
 \gamma &= -\sin \theta \sin w \cos \varphi + \cos \theta \cos w \\
 \beta &= \sin w \sin \varphi \\
 \psi &= \tan^{-1} \beta / \alpha
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

$$R \sin \theta = r, \quad R \cos \theta = z \dots \dots \dots \tag{15}$$

である。

我々は R が充分大きいとして上 2 式の漸近解を求めるのであるが、その解法は坂井博士の方法と根本的に同じである⁽¹⁾。 w 面の性質、被積分函数の極及び分枝點の位置に関する議論、場合を三つに分けて計算する事等々、本質に於ては全く博士と同じなのである。それでそれは省くとして一足飛びに結果に移る。

§3. 6 種 の 波 動

今、地表面に働く力は、原點を中心とし r_0 を半徑とする圓の中丈にあるとして、之から充分離れた場所の波動を調べた。(12) (13) 式を、 θ の値に従つて三つの場合に分けて、漸近解を求むべく解くと、六種類の波動を區別する事が出来る。即ち、 P 波、 S_1 波 (第 1 種 S 波)、 S_2 波 (第 2 種 S 波)、 ν - ν -波、今二種は、 P' 波、 S' 波と云ふ二次的な、特殊な波動である。

便宜の爲 $R \sin \theta = r$, $R \cos \theta = z$, $\varphi = \varphi$

で定義される極座標を併用すると、空間波とも云ふべき P 波、 S_1 波、 S_2 波の解は、夫々の成分を $(\vartheta_{PR}, \vartheta_{P\theta}, \vartheta_{P\varphi})$, $(\vartheta_{S1R}, \vartheta_{S1\theta}, \vartheta_{S1\varphi})$, $(\vartheta_{S2r}, \vartheta_{S2\varphi}, \vartheta_{S2z})$ と書くと

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{PR} &= \frac{h}{\mu} i^{n+1} L_{1n}(h \sin \theta, r_0) \frac{\cos \theta \sin \theta \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2 \theta}}{D(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ihR+ipt}}{hR} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{hR}\right) \right\} \\ \vartheta_{P\theta} &= 0 \\ \vartheta_{P\varphi} &= \frac{h}{\mu} n i^n L_{1n}(h \sin \theta, r_0) \frac{\cos \theta \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2 \theta}}{D(\cos \theta)} \sin n\varphi \frac{e^{-ihR+ipt}}{(hR)^2} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{hR}\right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{S1R} &= 0 \\ \vartheta_{S1\theta} &= \frac{k}{2\mu} i^{n+1} L_{1n}(k \sin \theta, r_0) \frac{\cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}{E(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR+ipt}}{kR} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{kR}\right) \right\} \\ \vartheta_{S1\varphi} &= \frac{k}{2\mu} n i^n L_{1n}(k \sin \theta, r_0) \frac{\cos^2 \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}{\sin^2 \theta E(\cos \theta)} \sin n\varphi \frac{e^{-ikR+ipt}}{(kR)^2} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{kR}\right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{S2r} &= \frac{k}{2\mu} n i^n L_{2n}(k \sin \theta, r_0) \frac{1}{\sin^2 \theta} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR+ipt}}{(kR)^2} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{kR}\right) \right\} \\ \vartheta_{S2\varphi} &= \frac{k}{2\mu} i^{n+1} L_{2n}(k \sin \theta, r_0) \sin n\varphi \frac{e^{-ikR+ipt}}{kR} \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{kR}\right) \right\} \\ \vartheta_{S2z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

但し

(1) T. Sakai: On the Propagation of Tremors over the Plane Surface of an Elastic Solid produced by an Internal Source. Geophy. Mag. Vol. 8 No. 1 (1934)

$$\left. \begin{aligned}
 L_{1n}(h \sin \theta, r_0) &= \int_0^{r_0} \Pi_n(r') \{J_{n+1}(hr' \sin \theta) - J_{n-1}(hr' \sin \theta)\} r' dr' \\
 L_{2n}(h \sin \theta, r_0) &= \int_0^{r_0} \Pi(r') \{J_{n+1}(kr' \sin \theta) + J_{n-1}(kr' \sin \theta)\} r' dr' \\
 D(\cos \theta) &= (\varepsilon^2 - 2 \sin^2 \theta)^2 + 4 \cos \theta \sin^2 \theta \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2 \theta} \\
 E(\cos \theta) &= (2 \cos^2 \theta - 1)^2 + 4 \cos \theta \sin^2 \theta \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} - \sin^2 \theta}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

又最後の $0\left(\frac{1}{kR}\right)$ 等は省略した項のオーダーを示す。

上の式から判る事を列挙すれば。

(1) P 波は $\theta = \text{const.}$ 面内で, S_1 波は $R = \text{const.}$ 面内で, S_2 波は $Z = \text{const.}$ 面内で振動する。

R が充分大きくて $\frac{1}{R}$ に比し $\frac{1}{R^2}$ が無視出来る程になれば P 波は R 方向に, S_1 波は θ 方向に, S_2 波は φ 方向にのみ振動す (第 1 圖), 之等の波が地下で曲げられて再び地表に出て来る時には S_1 波は SV 波に S_2 波は SH 波になる。

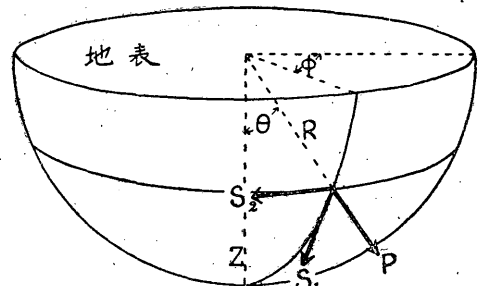
(2) $\theta = \frac{\pi}{2}$, 即ち地表面に沿うては P 波と S_1 波の第 1 近似値は零になる。即ち地表は之等の波に對して節面をなす。 S_2 波に對しては別になんでも

ないから地表面に沿うては S_2 波丈が $\left(\frac{1}{R}\right)$ のオーダーで進み P 及び S_1 波は大きくと $\left(\frac{1}{R^2}\right)$ のオーダーとなる。之は中野博士の結果と一致する。

(3) $n=2$ の場合は象限型發震機巧に相當する。その時は P 波の分布も $\cos 2\varphi$ を含むから象限型となる。 S_1 波も $\cos 2\varphi$ を含むから P 波と同じ象限型となるが, S_2 波は $\sin 2\varphi$ を含むから P 波とは 45 度食い違つた象限型となる。故に, S_1 波が SV 波となつて再び地表に現はれる場合には S_2 波の分布と重複するから S 全體としての分布には節線がなくなり象限型とはならない。本多博士は曾て西埼玉地震について方位による地震動の模圖を示されたが⁽¹⁾, 上の理論と一致する様に思はれる。

(4) 振幅に L_{1n} , L_{2n} 等の函數を含むから, 振幅の θ 分布は地表に作用する力の週期とか分布の仕方によつて變化する。 r_0 圓の中で, 中心より圓周の方に力が集つて来ると下方に出る波動の量が多くなつて来る。最も自然に近い力の分布状態を求めるのが, 本研究の最大の又最も困難な問題となつてゐる。

第 1 圖 P, S_1, S_2 波の振動方向



(1) 本多弘吉: 浅い地震の機構と記象型は就て, 驗震時報 5 卷 2 號, 昭和 7 年 6 月

次に表面波は、變位成分を ϑ_{Lr} , $\vartheta_{L\varphi}$, ϑ_{Lz} とかくと

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{Lr} &= \frac{\pi i}{4\mu} L_{1n}(\kappa, r_0) \frac{\kappa \beta_1}{F'(\kappa)} \{2\kappa^2 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - k^2) e^{-\beta_1 z}\} \{H_{n+1}^{(2)}(\kappa r) - H_{n-1}^{(2)}(\kappa r)\} \cos n\varphi e^{i\vartheta t} \\ \vartheta_{L\varphi} &= \frac{\pi i}{4\mu} L_{1n}(\kappa, r_0) \frac{\kappa \beta_1}{F'(\kappa)} \{2\kappa^2 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - k^2) e^{-\beta_1 z}\} \{H_{n+1}^{(2)}(\kappa r) + H_{n-1}^{(2)}(\kappa r)\} \sin n\varphi e^{i\vartheta t} \\ \vartheta_{Lz} &= \frac{\pi i}{2\mu} L_{1n}(\kappa, r_0) \frac{\kappa^2}{F'(\kappa)} \{2\alpha_1 \beta_1 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - k^2) e^{-\beta_1 z}\} H_n^{(2)}(\kappa r) \cos n\varphi e^{i\vartheta t} \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

但し $\alpha_1 = \sqrt{\kappa^2 - h^2}$, $\beta_1 = \sqrt{\kappa^2 - k^2}$, κ は $F(\xi) = 0$ の實根である。

此の波が、振幅を除いては、自由レーレー波と全く同じ性質のものである事は容易に證明する事が出来る。只異なる所はその垂直分布である。 $e^{-\alpha_1 z}$ を含む波は $\sin^{-1} \frac{h}{\kappa} < \theta < \frac{\pi}{2}$, $e^{-\beta_1 z}$ を含む波は $\sin^{-1} \frac{k}{\kappa} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範圍でのみ存在する。之に就ては又後で述べる。

次に P' と S' の成分を夫々 $(\vartheta_{P'r}, \vartheta_{P'\varphi}, \vartheta_{P'z})$, $(\vartheta_{S'r}, \vartheta_{S'\varphi}, \vartheta_{S'z})$ とかくと

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{P'r} &= \frac{2ki^n}{\mu} L_{1n}(h, r_0) \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 - 1)^{7/4}}{(\varepsilon^2 - 2)^3 \sin^{1/2} \theta (\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta - \cos \theta)^{3/2}} \frac{1}{(kR)^2} \\ &\quad \times e^{-i\sqrt{k^2 - h^2}z - ikr + i\vartheta t} \cos n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{kR} \right) \right\} \\ \vartheta_{P'\varphi} &= -\frac{2ki^{n+1}}{\mu} n L_{1n}(h, r_0) \frac{\varepsilon^2(\varepsilon^2 - 1)^{7/4}}{(\varepsilon^2 - 2)^3 \sin^{3/2} \theta (\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta - \cos \theta)^{3/2}} \frac{1}{(kR)^2} \\ &\quad \times e^{-i\sqrt{k^2 - h^2}z - ikr + i\vartheta t} \sin n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{kR} \right) \right\} \\ \vartheta_{P'z} &= -\frac{2ki^n}{\mu} L_{1n}(h, r_0) \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 - 1)^{5/4}}{(\varepsilon^2 - 2)^3 \sin^{1/2} \theta (\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta - \cos \theta)^{3/2}} \frac{1}{(kR)^2} \\ &\quad \times e^{-i\sqrt{k^2 - h^2}z - ikr + i\vartheta t} \cos n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{kR} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{S'r} &= \frac{hi^n}{\mu} L_{1n}(k, r_0) \frac{(\varepsilon^2 - 1)^{3/4}}{\varepsilon \sin^{1/2} \theta (\varepsilon \cos \theta + i\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta)^{3/2}} \frac{1}{(hR)^2} \\ &\quad \times e^{-i\frac{\pi}{4} - ikr - \sqrt{k^2 - h^2}z + i\vartheta t} \cos n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{hR} \right) \right\} \\ \vartheta_{S'\varphi} &= -\frac{hi^{n+1}}{\mu} n L_{1n}(k, r_0) \frac{(\varepsilon^2 - 1)^{3/4}}{\varepsilon^2 \sin^{3/2} \theta (\varepsilon \cos \theta + i\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta)^{3/2}} \frac{1}{(hR)^3} \\ &\quad \times e^{-i\frac{\pi}{4} - ikr - \sqrt{k^2 - h^2}z + i\vartheta t} \sin n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{hR} \right) \right\} \\ \vartheta_{S'z} &= -\frac{hi^{n+1}}{\mu} L_{1n}(k, r_0) \frac{(\varepsilon^2 - 1)^{5/4}}{\varepsilon^2 \sin^{1/2} \theta (\varepsilon \cos \theta + i\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sin \theta)^{3/2}} \frac{1}{(hR)^2} \\ &\quad \times e^{-i\frac{\pi}{4} - ikr - \sqrt{k^2 - h^2}z + i\vartheta t} \cos n\varphi \left\{ 1 + 0 \left(\frac{1}{hR} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

P' 波も S' 波も $\sin^{-1} \frac{h}{k} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲に丈存在する。又孰れもそのオーダーは $\frac{1}{R^2}$ であるから他の波に比して重要でない。上式から判る事を列挙すれば次の如くである。

まづ P' 波に就ては

(1) P' 波の波面は $hr + \sqrt{k^2 - h^2}z = pt$ と云ふ圓錐面になる。波面に直角に S 波の速度で進行する。但し地表面に沿う方向には P 波の速度を持つ。

(2) 純然たる横波で波面内で SV 的に振動する。

(3) $\sin^{-1} \frac{h}{k} = 0$ の方向で振幅が無限大になる様であるが此の部分について更に詳しく吟味してみると $0\left(\frac{1}{R^{3/4}}\right)$ なるつてやはり二次的な波である事に相違はない。

(5) 地表面に沿うては P 波の速度で進みそのオーダー $\frac{1}{R^2}$ である。一方 P 波も地表面は節面となつてやはりそのオーダー $\frac{1}{R^2}$ となる。兩者を加へ合せる中野博士が地表面の P 波として算出したものと一致する。

S' 波については

(1) S' 波の波面は $kr = pt$ と云ふ圓壘面である。

(2) レーレー波の様に進行方向に楕圓振動をなし、その回轉の方向と進行方向との関係はレーレー波と同じ。深さと共に指數函数的に振動が減少する所も似てゐる。

(3) 地表面に於ける S' と S 波の値を加へると中野博士が地表面の S 波として求めたものと一致する。

§4. 各波動の間の關係

各波の間の關係を簡単に述べる。

第2圖はある時刻に於ける各波の波面の位置を示す。但し $\lambda = \mu$ となおいて角を計算してある。圖にした記號によつて明瞭と思ふが、半圓 AA , BB が夫々 P 波 S 波を、直線 CK' と CK がレーレー波の $e^{-\alpha_1 z}$ 項及び $e^{-\beta_1 z}$ 項を示す。又直線 AL と直線 BL' が P' 波と S' 波である。

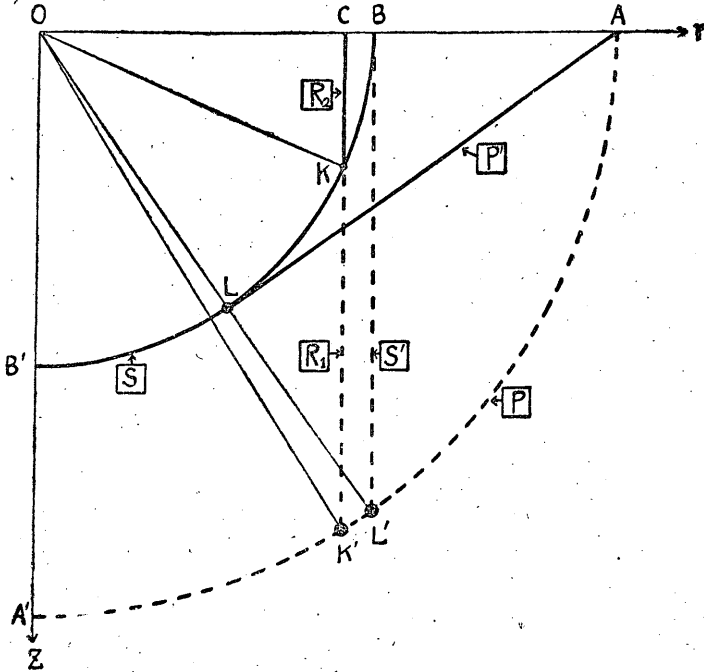
勢力の關係を調べると次の様な事が判つた。

レーレー波の勢力は波面に直角に流れ出る。でその下端 K' から新しい勢力が絶えず次に湧かなければならない勘定になるが、之は P 波から補給される。 K' から出た勢力は水平に流れて OK 線に交叉し之を超える。超えると瞬間に勢力が不連続的に一部減少する。即ち K 點で勢力の一部が吸収される。之は S 波を涵養する。要するに P 波の勢力がレーレー波と云ふ管を傳はつて S 波に流れ込んだ事になる。

P' 波の勢力も波面に直角に流れる。従つて A 點を通し P 波から絶えず勢力を補充してもらはなくてはならない。 S' 波は大體は水平に、波面に直角に、流れるが一部上昇し表面を通して S 波

に流入する。要するに、之等二次波は振幅が $\frac{1}{R^2}$ のオーダーであるから、勢力保存の原理がどうゆう具合に成立するかを調べて見たわけである。

第 2 圖 各波の波面間の關係 (O は震源, OZ の左右は對稱)



§ 5. 波長が長い場合の解と圖

最後に表面力の作用する面積に比して波長が充分長い場合の解とその圖を掲げる。

a) 放射狀剪斷力 $I_n(r) \cos n\varphi e^{i\varphi t}$ が半徑 r_0 の圓の中で働いた場合には、先づ空間波は

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_R &= -2A_n \frac{\cos \theta \sin^n \theta \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2 \theta}}{D(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR + i\varphi t}}{hR} \\ \vartheta_\theta &= -\varepsilon^n A_n \frac{\cos \theta \sin^{n-1} \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}{E(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR + i\varphi t}}{kR} \\ \vartheta_\varphi &= A_n \sin^{n-1} \theta \sin n\varphi \frac{e^{-ikR + i\varphi t}}{kR} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

但し

$$A_n = \frac{h^n i^{n+1}}{\mu 2^n \Gamma(n)} \int_0^{r_0} I_n(r) \cdot r^n dr$$

$n=0$ の時には

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_R &= 2A_0 \frac{\cos \theta \sin^2 \theta \sqrt{\varepsilon^2 - \sin^2 \theta}}{D(\cos \theta)} \frac{e^{-i\kappa R + i\omega t}}{hR} \\ \vartheta_\theta &= \varepsilon^n H_0 \frac{\cos \sin \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}{E(\cos \theta)} \frac{e^{-i\kappa R + i\omega t}}{hR} \\ \vartheta_\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

但し

$$A_0 = \frac{h^2}{\mu} \frac{i}{2} \int_0^{r_0} \Pi_0(r) r^2 dr$$

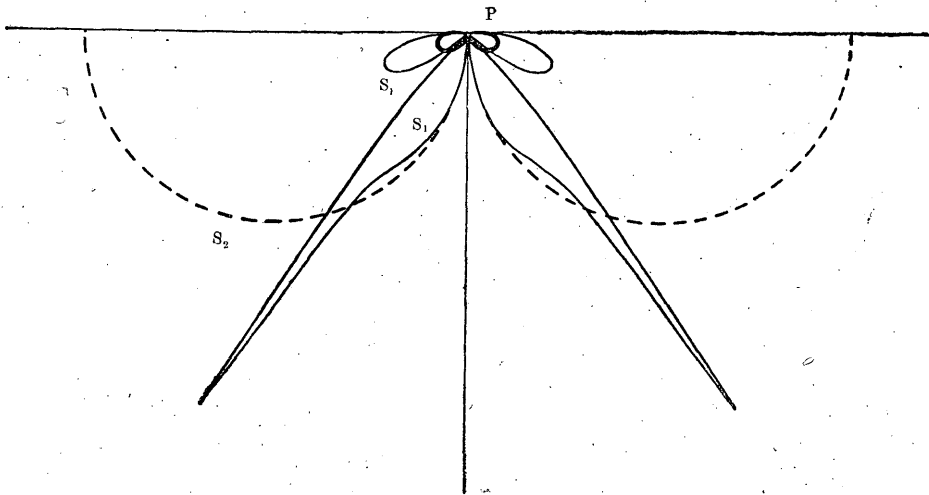
實用上の見地から $n=0, 1, 2$, の場合の之等の振幅の方位分布を $\lambda=\mu$ の場合について第 1 表及び第 3 圖に示す。圖に見られる如く P 波の振幅は S 波のそれに比して著しく小さい。之は觀測事實と定性的に一致する。又 S_1 波は分布が $\theta=45^\circ$ を境にして二部分に分れてゐるのが目立つ。下部の方が大きい。又 S_2 波は S_1 波よりも優勢である。作用力と波の位相差 (遅れ) は P 波で

第 1 表

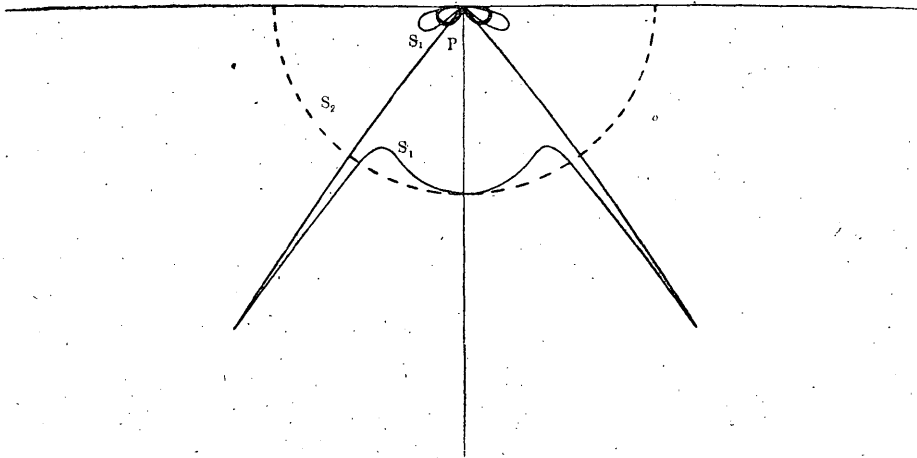
θ°	0	5	10	15	20	25	30
$D(\theta) = (3-2\sin^2\theta)^2 - 4\sin^2\theta \cos\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}$	9.000	8.762	8.848	8.657	8.397	8.068	7.686
$\cos\theta \sin^2\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.000	0.001461	0.005765	0.01280	0.02222	0.03371	0.04671
$\cos\theta \sin\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.000	0.01676	0.03321	0.04945	0.06478	0.07977	0.09342
$\cos\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.3333	0.3318	0.3272	0.3198	0.3095	0.2969	0.2817
$\cos\theta \sin\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.000	0.0289	0.0568	0.0828	0.1058	0.1255	0.1409
$\cos\theta \sin^2\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.000	0.0025	0.0098	0.0214	0.0362	0.0530	0.0704
θ°	35	40	45	50	55	60	65
$D(\theta) = (3-2\sin^2\theta)^2 - 4\sin^2\theta \cos\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}$	7.247	6.762	6.236	5.677	5.099	4.500	3.890
$\cos\theta \sin^2\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.06080	0.07527	0.08966	0.1032	0.1152	0.1250	0.1317
$\cos\theta \sin\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.1060	0.1171	0.1268	0.1347	0.1406	0.1443	0.1453
$\cos\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.2647	0.2462	0.2268	0.2068	0.1865	0.1667	0.1475
$\cos\theta \sin\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.1518	0.1583	0.1604	0.1584	0.1528	0.1444	0.1337
$\cos\theta \sin^2\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.0871	0.1017	0.1134	0.1214	0.1252	0.1250	0.1212
θ°	70	75	80	85	90	註	
$D(\theta) = (3-2\sin^2\theta)^2 - 4\sin^2\theta \cos\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}$	3.281	2.675	2.084	1.520	1.000		
$\cos\theta \sin^2\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.1339	0.1298	0.1151	0.0867	0.000	Rad. $\vartheta_R, n=0, 2$	
$\cos\theta \sin\theta \sqrt{3-\sin^2\theta}/D(\theta)$	0.1425	0.1344	0.1169	0.08099	0.000	" $n=1$	
$\cos\theta(3-2\sin^2\theta)^2/D(\theta)$	0.1286	0.1097	0.08334	0.05824	0.000	Nor. $\vartheta_R, n=0$	
$\cos\theta \sin\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.1208	0.1060	0.0870	0.0580	0.000	" 1	
$\cos\theta \sin^2\theta(3-2\sin^2\theta)/D(\theta)$	0.1136	0.1024	0.0857	0.0578	0.000	" 2	

θ°	0	1	2	3	4	5	10
$E(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - 1) + 4\cos\theta\sin^2\theta\sqrt{1/3 - \sin\theta}}{\sin\theta\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E } \Big \frac{ E }{\text{Arg}}$ $\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E $	1.000	0.9991	0.9980	0.9951	0.9920	0.9871	0.9482
	0°00'		continues to $\theta = 35^\circ 10'$				
	0.000	0.0175	0.0349	0.0522	0.0696	0.0866	0.1694
	1.000	0.9999	0.9990	0.9979	0.9970	0.9939	0.9759
$\frac{\sin\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$ $\frac{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$	0.000	0.01011	0.02014	0.03018	0.04023	0.05017	0.09926
	0.000	0.000177	0.000703	0.001578	0.002808	0.004370	0.01723
	0.000	0.00000	0.00002	0.00008	0.000196	0.00038	0.00299
θ°	15	20	25	30	31	32	33
$E(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - 1) + 4\cos\theta\sin^2\theta\sqrt{1/3 - \sin\theta}}{\sin\theta\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E } \Big \frac{ E }{\text{Arg}}$ $\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E $	0.8836	0.7912	0.6679	0.4999	0.4578	0.4102	0.3562
	0.2450	0.3112	0.3686	0.4331	0.4528	0.4800	0.5217
	0.9467	0.9098	0.8723	0.8662	0.8792	0.9059	0.9579
$\frac{\sin\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$ $\frac{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$	0.1460	0.1889	0.2255	0.2500	0.2516	0.2510	0.2457
	0.03778	0.06460	0.0953	0.1250	0.1296	0.1330	0.1336
	0.00978	0.00221	0.0427	0.0625	0.0667	0.0705	0.0729
θ°	34	35	35.5	36	36.5	37	38
$E(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - 1) + 4\cos\theta\sin^2\theta\sqrt{1/3 - \sin\theta}}{\sin\theta\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E } \Big \frac{ E }{\text{Arg}}$ $\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E $	0.2890	0.1878	0.1263	0.1563	0.1840	0.2109	0.2623
	0°00'	0°00'	32°54'	48°28'	67°17'	68°53'	77°07'
	0.6002	0.8561	1.2189	0.7603	0.9402	0.6280	0.4472
	1.0743	1.4925	2.0990	1.2783	1.5995	1.0436	0.7263
$\frac{\sin\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$ $\frac{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$	0.2303	0.0165	0.2337	0.3362	0.3721	0.3874	0.3958
	0.1288	0.00948	0.1357	0.1976	0.2213	0.2331	0.2437
	0.0720	0.0054	0.0788	0.1162	0.1317	0.1403	0.1500
θ°	39	40	45	50	55	60	65
$E(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - 1) + 4\cos\theta\sin^2\theta\sqrt{1/3 - \sin\theta}}{\sin\theta\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E } \Big \frac{ E }{\text{Arg}}$ $\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E $	0.3113	0.3592	0.5774	0.7603	0.9152	1.000	1.0545
	82°02'	85°11'	90°00'	87°41'	83°01'	75°31'	66°59'
	0.3266	0.2309	0.000	-0.1124	-0.1746	-0.2165	-0.2336
	0.5190	0.3592	0.000	-0.1468	-0.2132	-0.2500	-0.2577
$\frac{\sin\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$ $\frac{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$	0.3935	0.3874	0.3536	0.3261	0.3028	0.2795	0.2537
	0.2476	0.2490	0.2500	0.2498	0.2481	0.2420	0.2299
	0.1558	0.1601	0.1768	0.1913	0.2032	0.2096	0.2084
θ°	70	75	80	85	90	註	
$E(\theta) = \frac{(2\sin^2\theta - 1) + 4\cos\theta\sin^2\theta\sqrt{1/3 - \sin\theta}}{\sin\theta\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E } \Big \frac{ E }{\text{Arg}}$ $\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)/ E $	1.0710	1.0592	1.0334	1.0095	1.000	Rad. $\vartheta_n n=0, 2$ " $n=1$	
	56°46'	44°56'	31°19'	16°23'	0°00'		
	-0.2299	-0.2044	-0.1604	-0.0847	0.000		
	-0.2446	-0.2116	-0.1629	-0.0851	0.000	Nor. $\vartheta_n n=0$ " 1 " 2	
$\frac{\sin\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$ $\frac{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }{\sin^2\theta\cos\theta\sqrt{1/3 - \sin^2\theta}/ E }$	0.2226	0.1828	0.1320	0.06985	0.000		
	0.2092	0.1766	0.1300	0.0696	0.000		
	0.1966	0.1706	0.1252	0.06932	0.000		

第 3 圖 (其 1) 放射状剪断力 ($n=0, 2$) によつて發生する各波の射出角分布



第 3 圖 (其 2) 放射状剪断力 ($n=1$) によつて發生する各波の射出角分布

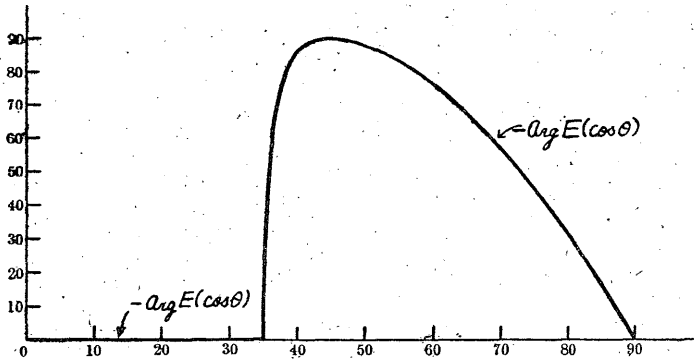


は $n=0, 2$ が $\frac{\pi}{2}$, $n=1$ が 0 である。 S_1 波では位相差は複雑である。 $n=0, 2$ では $\theta=0$ から $\theta=45^\circ$ 迄 $\frac{\pi}{2} - \text{Arg } E$, $\theta=45^\circ$ から 90° 迄 $\frac{3\pi}{2} - \text{Arg } E$ である。 $n=1$ では $\theta=0$ から 45° 迄 $-\text{Arg } E$, $\theta=55^\circ$ から 90° 迄 $\pi - \text{Arg } E$ である。 但し $-\text{Arg } E$ の値は第 1 表及び第 4 圖参照。 S_2 波では位相差は、 $n=2$ の時は π , $n=1$ の時は $\frac{\pi}{2}$ となる。

次にレ-レ-波は

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_r &= B_n \beta_1 \{ 2\kappa^2 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - h^2) e^{-\beta_1 z} \} \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{\frac{\pi}{4} i - i\kappa r + i\beta_1 z} \cos n\varphi \\ \vartheta_\varphi &= 0 \\ \vartheta_z &= B_n \kappa \{ 2\alpha_1 \beta_1 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - h^2) e^{-\beta_1 z} \} \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{\pi}{4} i - i\kappa r + i\beta_1 z} \cos n\varphi \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

第 4 圖 $-\text{Arg}E(\cos\theta)$



但し

$$B_n = \frac{1}{\mu} \frac{\sqrt{2\pi} i^n \kappa^n}{2^n \Gamma'(n) \Gamma'(\kappa)} \int_0^{r_0} \Pi_n(r) r^n dr$$

ϑ_φ は高次の小數であるから省いてある。 $n=0$ の時は

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_r &= -B_0 \beta_1 \{2\kappa^2 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - k^2) e^{-\beta_1 z}\} \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{\frac{\pi}{4}t - i\kappa r + i\varphi t} \\ \vartheta_\varphi &= 0 \\ \vartheta_z &= -B_0 \kappa \{2\alpha_1 \beta_1 e^{-\alpha_1 z} - (2\kappa^2 - k^2) e^{-\beta_1 z}\} \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{\pi}{4}t - i\kappa r - i\varphi t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

但し

$$B_0 = \frac{1}{2\mu} \frac{\sqrt{2\pi} \kappa^2}{\Gamma(\kappa)} \int_0^{r_0} \Pi_0(r) r^2 dr$$

A_n と B_n との比は

$$\frac{A_n}{B_n} = \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \frac{k^n}{\kappa^n} \frac{F'(\kappa)}{F'(\kappa)}, \quad \frac{A_0}{B_0} = \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \frac{k^2}{\kappa^2} \frac{F'(\kappa)}{F'(\kappa)}$$

となる。 $\lambda = \mu$ とすると

$n=0$ のときは

$$\vartheta_r = 0.2590 A_0 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{1}{4}\pi t - i\kappa r + i\varphi t}$$

$$\vartheta_z = 0.3801 A_0 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{1}{4}\pi t - i\kappa r + i\varphi t}$$

$n=1$ のときは

$$\vartheta_r = 0.2381 A_1 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{\frac{3}{4}\pi t - i\kappa r + i\varphi t} \cos \varphi$$

$$\vartheta_z = 0.3585 A_1 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{4}{3}\pi t - i\kappa r + i\varphi t} \cos \varphi$$

$n=2$ のときは

$$\vartheta_r = 0.2590 A_2 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{\frac{3}{4}\pi i - i\kappa r + i p t} \cos 2\varphi$$

$$\vartheta_s = 0.3801 A_2 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{3}{4}\pi i - i\kappa r + i p t} \cos 2\varphi$$

以上の数値から、空間波に対するレーレー波の振幅の割合が判る。

以上と同様な方法で得た回轉狀剪斷力は垂直力が地表に働いた場合の結果を示す。勿論力の働く面積は波長に比して充分小さいとする。

b) 回轉狀剪斷力 $\Phi_n(r) \sin n\beta e^{i p t}$ が地表面に働いた場合の解は、既に述べた放射狀剪斷力の場合の解に於て $\Pi_n(r)$ の代りに $\Phi_n(r)$ とおいたものと全く一致する。只 $n=0$ の場合には回轉剪斷力を $\Phi_0(r) e^{i p t}$ とおくと第 2 の S 波 (SH) 丈發生して他の波は何も起らない。即

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{S_2r} &= 0 \\ \vartheta_{S_2\varphi} &= A_0 \sin \theta \frac{e^{-i\kappa R + i p t}}{\kappa R} \\ \vartheta_{S_2z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

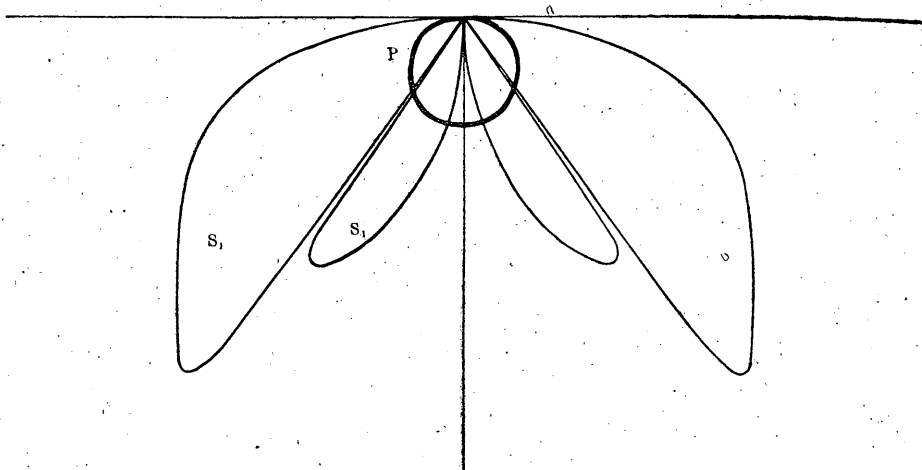
但し

$$A_0 = \frac{\kappa^2}{\mu} \frac{i}{2} \int_0^{r_0} \Phi_0(r) r^2 dr \text{ である。}$$

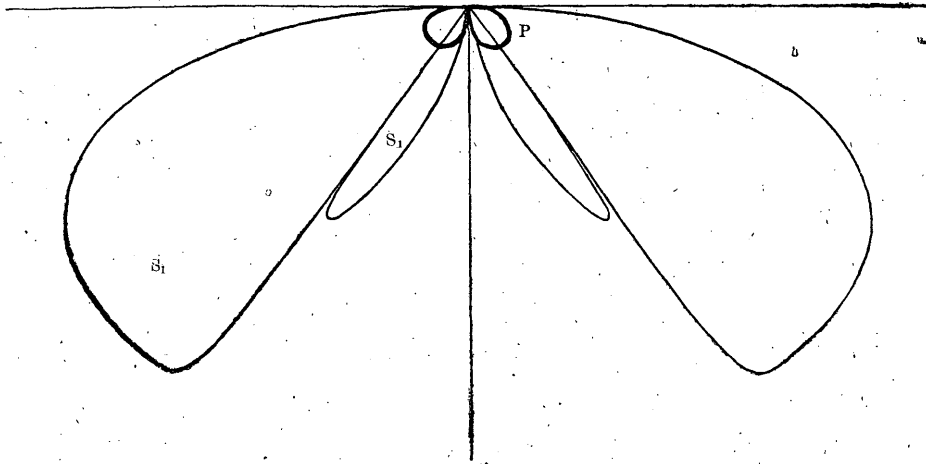
かように作用する力の性質が全く異なるのに同じ結果を生ずる事は注目し値する事である。もつとも波長と r_0 が同程度になると、各空間波の量の割合に於て、兩場合は多少喰ちがつて来る。

(c) 垂直力が作用した場合の特長は S_2 波が全く起らない事である。作用力を $Z_n(r) \cos n\varphi e^{i p t}$ とすると空間波は

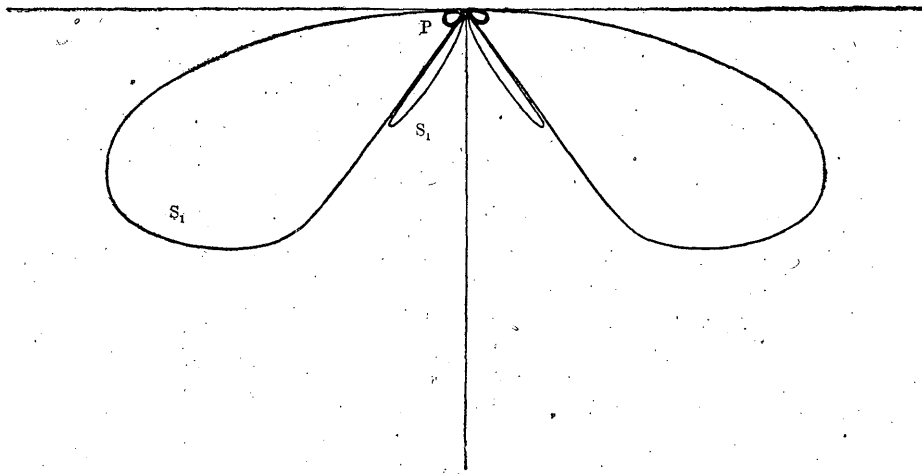
第 5 圖 (其 1) 垂直力 $Z(n=0)$ によつて發生する各波の射出角分布



第 5 圖 (其 2) 垂直力 ($n=1$) によつて發生する各波の射出角分布



第 5 圖 (其 3) 垂直力 ($n=2$) によつて發生する各波の射出角分布



$$\left. \begin{aligned} \vartheta_R &= A_n \frac{\cos \theta \sin^n \theta (\epsilon^2 - 2 \sin^2 \theta)}{D(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR+it}}{hR} \\ \vartheta_\theta &= -2\epsilon^{n+1} A_n \frac{\cos \theta \sin^{n+1} \theta \sqrt{\frac{1}{\epsilon^2} - \sin^2 \theta}}{E(\cos \theta)} \cos n\varphi \frac{e^{-ikR+it}}{hR} \\ \vartheta_\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

但し

$$A_n = \frac{k^{n+1}}{\mu} \frac{i^n}{2^n \Gamma(n+1)} \int_0^{r_0} Z_n(r) r^{n+1} dr$$

實用の見地から $n=0, 1, 2$ の場合の之等の振幅の方位分布を $\lambda=\mu$ の場合について第 1 表及び第 5 圖に示す。圖に見られる通り、前の場合と同様 P 波が S_1 波よりも小さい。又 S_1 波は二

部分に分れて今度は上部の方が大きくなつてゐる。分岐點は $\theta=35^{\circ}10'$ にある。位相の遅れは P 波にあつては、 $n=0, 1, 2$ に對し夫々 $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ である。 S_1 波に對しては、まづ $n=0$ の場合、 $\theta=0$ から $35^{\circ}10'$ 迄 $\pi - \text{Arg } E$, $\theta=35^{\circ}10'$ から 90° 迄 $\frac{\pi}{2} - \text{Arg } E$ である。 $n=1, 2$ の場合は上の値に夫々 $\frac{\pi}{2}, \pi$ を加へればよい。

レ-レ-波の場合は放射狀剪斷力の場合と殆んど同じである。只 B_n が今度は

$$B_n = \frac{1}{\mu} \frac{\sqrt{2\pi} i n \kappa^n (2\kappa^2 - k^2)}{2^n \Gamma(n+1) \beta_1 F'(\kappa)} \int_0^{r_0} Z_n(r) r^{n+1} dr$$

となる。

A_n と B_n との比は

$$A_n/B_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{k^{n+1}}{\kappa^n \beta_1} F'(\kappa)$$

$\lambda = \mu$ とすると

$n=0$ のときは

$$\vartheta_r = 0.0917 A_0 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{3}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t}$$

$$\vartheta_\theta = 0.1380 A_0 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{1}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t}$$

$n=1$ のときは

$$\vartheta_r = 0.0997 A_1 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{3}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t} \cos \varphi$$

$$\vartheta_\theta = 0.1502 A_1 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{1}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t} \cos \varphi$$

$n=2$ のときは

$$\vartheta_r = 0.1085 A_2 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{3}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t} \cos 2\varphi$$

$$\vartheta_\theta = 0.1592 A_2 \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} e^{-\frac{1}{4}\pi t - t\kappa r + t\gamma t} \cos 2\varphi$$

終りに、本研究に終始興味を持たれ御鞭撻を賜はつた本多地震課長、並びに地震課の諸學兄に
いしんで厚く感謝の意を表する。又尠なからぬ數學上の疑點に就き色々教示と相談を與へられた正
野技師並びに本間技師に厚く謝意を述べる。又製圖をお願いした高見嬢並びに計算を手傳つて戴いた
大竹氏に御禮を申し上げたいと思ふ。

(昭和 16 年 11 月 11 日 於 中央氣象臺)