

有限の大いさの球震源より出る 震波の走時曲線に就て

森 田 稔

1. 緒言 近時地震學の發達に伴ひ斯學諸般の問題に涉り其の定量的研究に於て一次的因子は一渡り議論し盡され、茲に地震觀測の精度向上と相俟つて漸く二次的因子が問題の中心をなす機運が濃厚となつて來た。此機運は震源の問題にも浸潤し來り從來諸家の假定に於ては一點と見做して取扱はれて來た震源が、近時漸く立體的觀念を以て見直されるに至り、種々異なる角度よりせる所謂震源域の研究が二三に止らず提出されるに至つた。

筆者は此小論に於て走時曲線の立場より見たる震源域の問題を取扱ひ、從來の走時曲線が震源を點とせずして若干の半徑を有する球とせる場合には如何なる形を取るべきかを P 波及 S 波に就き調べて見た。得られた結果は常識を以て容易に推定し得る程度のものに過ぎないが、其の思考過程を記して置くのも全然無駄ではあるまいと思ひ茲に貴重な紙面を籍りることゝした。驗測に従事せられる諸氏の一顧を得れば幸である。

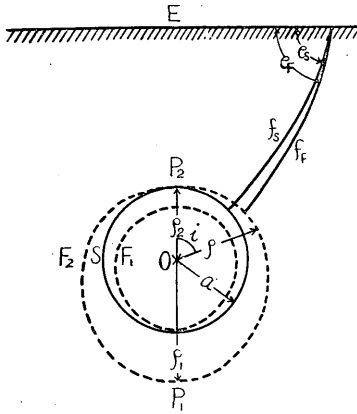
2. 定性的考察 球震源より出る震波の走時曲線の有すべき性質を先づ定性的に考察する。

茲に筆者の所謂球震源とは球狀部分の表面より同時に震波を送り出す如き波源を指すものである。今は其の内部の物質の運動には觸れないことゝする。

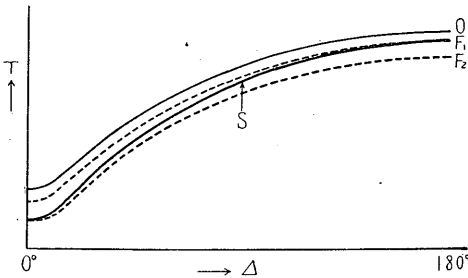
第 1 圖に於て O を中心とする半徑 a なる圓 S は球震源を表はす。O の深さを H とすれば、O を震源とする震波の走時曲線は從來の研究により知れて

-
- (1) 驚坂清信；北伊豆前震に依る震波速度 驗震時報 7
松澤武雄；震源に關する或思考實驗 地 震 4
河角 廣；地震波の傳播（第二報の三） 地 震 5
井上宇胤；發震機構に就いて（第 1, 2 報）地震 8, 震研彙報 15
藤原吹平；震源は一定か有限區域か 科 學 5
本多弘吉, 三浦武亞；深發地震波動の定量的研究補遺驗震時報本號

第 1 圖



第 2 圖



ある。之を第 2 圖の走時曲線 O を以て表はすこととする。次に O を震源とする震波の波面 F_1, F_2 を考へ、 F_1 は球 S の最深點 P_1 に於て、 F_2 は最淺點 P_2 に於て夫々之と切するものとする。今曲面 F_1, F_2 を震源とせる震波の走時曲線を夫々第 2 圖の曲線 F_1, F_2 とすれば、曲線 F_1, F_2 は共に曲線 O と同形で、單に曲線 O を T 軸に沿ふて若干づゝ下方に動かした如き位置をとる。而して曲線 F_2 及 F_1 は夫々 $\Delta=0$ 及 $\Delta=180^\circ$ に於て震源の深

さ夫々 $H-a$ 及 $H+a$ なる點震源の走時曲線と一致する。従つて F_2 は F_1 の下方に位置することは明らかである。さて球面 S は點 P_1 及 P_2 に於て夫々二曲面 F_1 及 F_2 と切する外は之等二面の間に挟まるべきこと

は地球の如き波動速度が深さに對し單調に増加する如き媒體内に於ては容易に理解し得る所である。而してこの事より推論し得る走時曲線 S, F_1 及 F_2 間の關係は如何と云ふに、先づ球面 S が二曲面 F_1 及 F_2 と夫々點 P_1 及 P_2 に於て切するといふことより、走時曲線 S は $\Delta=0$ 及 $\Delta=180^\circ$ に於て夫々走時曲線 F_2 及 F_1 と一致することは明らかである。次に曲線 S は曲線 F_1 と F_2 との中間に位することを證明することが出来る。何となれば第 1 圖に於て球面 S 及び曲面 F_1 及 F_2 より出で共に地表面上同一の震央距離に到達する二本の震波線 f_s 及 f_r を考ふるに、夫等の地表面射出角 e_s 及 e_r の間には $0^\circ < \Delta < 180^\circ$ なる Δ の變域に於て

$$e_s < e_r \dots\dots\dots (1)$$

なる関係が存在する。然るに走時曲線に於て、同一の Δ に對し曲線 S の傾斜 $\left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_S$ と曲線 F_1 或ひは F_2 の傾斜 $\left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_F$ は

$$\left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_S = \frac{\cos \epsilon_S}{v_0}, \quad \left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_F = \frac{\cos \epsilon_F}{v_0} \quad (v_0 \text{ は地表面の震波速度})$$

と表はさるゝ故、(1) の関係より

$$\left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_S > \left(\frac{dT}{d\Delta}\right)_F \dots\dots\dots (2)$$

なる関係を得る。一方曲線 S は其の兩端に於て夫々 F_2 及 F_1 と一致することと上述の如くなるを以て (2) の関係を知れば曲線 S は曲線 F_1 及 F_2 の中間に位することを云ひ得るのである。

3. 定量的考察 一般的議論よりせる此種の走時曲線の有すべき性質は以上の如きものであるが、さて實際の地球に於て現在既知なる種々の數量（主として震波の速度分布）を與へた場合此等の間の関係は如何に定まるであらうか。

第 1 表

H	P			S			P~S
	$T_{\Delta=0}$	ΔT	$\frac{\Delta T}{10\text{km}}$	$T_{\Delta=0}$	ΔT	$\frac{\Delta T}{10\text{km}}$	
0	0	3.9	2.0	0	6.9	3.5	0
20	3.9	3.1	1.6	6.9	4.9	2.5	3.0
40	7.0	2.5	1.3	11.8	4.7	2.4	4.8
60	9.5	2.6	1.3	16.5	4.5	2.3	7.0
80	12.1	2.5	1.3	21.0	4.6	2.3	8.9
100	14.6	2.6	1.3	25.6	4.6	2.3	11.0
120	17.2	5.0	1.3	30.2	8.9	2.2	13.0
160	22.2	5.1	1.3	39.1	8.8	2.2	16.9
200	27.3	4.9	1.2	47.9	8.7	2.2	20.6
240	32.2	4.9	1.2	56.6	8.5	2.1	24.4
280	37.1	4.8	1.2	65.1	8.5	2.1	28.0
320	41.9	4.6	1.2	73.6	8.3	2.1	31.7
360	46.5	4.6	1.2	81.9	7.8	2.0	35.4
400	51.1	5.5	1.1	89.7	9.5	1.9	38.6
450	56.6	5.4	1.1	99.2	9.1	1.8	42.6
500	62.0			108.3			46.3

先づ曲面 F_1 乃至 F_2 の形より考究する。地球内部に於ける震波速度は地表面より地震が起り得る程度の深さ迄は單調に増加する故曲面 F_1 乃至 F_2 は彎曲點なき凸面をなし、且つ球の中心 O と曲面上の任意の點とを結ぶ線分 ρ の長さは鉛直にして上に向く時最も短く、下に向く時最も長く、其間に於ては鉛直上方となす角 i と共に單調に増加するものと思はれる。依つてこの曲面は ρ の最短及最長の値を與ふれば略々其の形を想定し得、且つそれが球面と如何な

る程度に齟齬するかを視ふことが出来る。第1表は其の材料を與ふるものである。同表はP波に関する部分は和達、鷺坂、益田三氏の走時表より、S波に関する部分は鷺坂、竹花兩氏の走時表より⁽¹⁾拔萃したものであつて、種々の深さに對する震央に於ける走時と、之より算出せる10 km, 20 km 或ひは40 kmの距離を鉛直線に沿ふて震波が進行するに要する時間の種々の深さに於ける値とを示す。此表を見るに例へば $H=360$ km に於てはP波に在りては震源球の半径 $a=40$ km に對し、數字上よりは全然短徑長徑の差なく、波面は球面と極めてよく一致し、S波に在りては長徑と短徑の比は $\rho_1:\rho_2=8.3:7.8=1.06:1$ で $\rho_2=40$ km とすれば(曲面 F_2)、 $\rho_1=42.6$ km となり僅に2.6 kmの差を生ずるのみであり、又 $\rho_1=40$ km とすれば(曲面 F_1)、 $\rho_2=37.6$ km となり差は僅に2.4 km で、何れにしても a に比し極めて少量である。即ち之等の曲面は何れも球面と僅かに齟齬するに過ぎないことを知る。以上は $H=360$ km, $a=40$ km なる一つの場合に就き數値を入れて見たのであるが、 H 及 a の他の種々の値に對しても、波面が球面と喰違ふ程度は存外小さいものである。

以上のことよりして、球震源の走時曲線が曲面 F_1 或ひは F_2 を震源とする場合の走時曲線と如何なる程度に異なるかに就き大體の觀念が得られる。更に前節に述べた所の此の曲線の定性的考察を併せ考へれば此曲線のとるべき位置と形狀とを略々正確に推定することが出来る筈である。即ち例へば $H=360$ km, $a=40$ km なる場合にはP波に對しては走時曲線 F_1 と F_2 とは全く重なり、從つて走時曲線 S も亦夫等と一致する譯であり、S波に對しては曲線 F_1 は曲線 F_2 より上に位置すること僅かに 0.5^s であつて、而して曲線 S は其間に位置すべきが故に、 Δ の小なる所に於ては曲線 F_2 と殆ど一致する譯である。

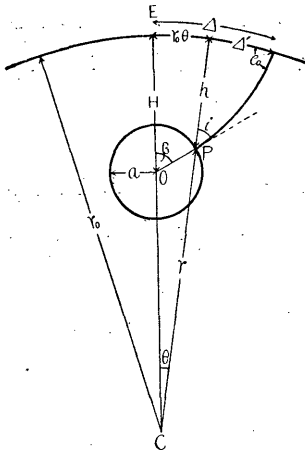
斯の如くして、 Δ の小なる範圍に於ては、可なり震源の淺い場合か、或ひは可成り大なる半径の震源球を考へざる限り、走時曲線は其の形狀に關する限りに於て點震源の夫と殆ど差異なきことが結論される。

4. 以上、球震源より出る震波の走時曲線の有すべき諸性質に就き簡單なる

(1) K. Wadati, K. Sagisaka and K. Masuda; On the Travel Time of Earthquake Waves (Part I). Geophys. Mag. VII, I.

(2) 鷺坂清信; 竹花峰夫; 近地地震に於けるS波の走時表及初期微動時表, 驗震時報 8, 4.

第3圖 走時曲線計算法
参考圖



定性的並びに定量的考察を行ひ、其の大約の形状を窺ひ知つたが、更に的確を期する爲め、次の如く實際に走時曲線を數値計算を以て求めて見た。些か蛇足の觀はあるが、何かの機會に参考にもならばと思ひ、其の計算法と得られた結果とを略述する。

4.1 走時曲線計算法 第3圖に於て球面上の一點Pより出る震波線が地表に到達する點の震央距離と其の走時とを求め、而してPを球面上に於て諸處にづらして行けば求むる走時曲線を得る。こゝではP點の位置を示すに半径OPが鉛直上方となす角 β を以てし、 β を變數として、地表よりの

深さHに中心を有する半径aなる球面より出る震波の走時曲線を次の順序によつて求めた。

1. 點Pと地球の中心Cとの距離rを β の函數として次式によつて求める。

$$r = \sqrt{(r_0 - H)^2 + a^2 + 2a(r_0 - H)\cos\beta}$$

2. P點の地表よりの深さhは次の如きものである。

$$h = r_0 - r \quad (\text{但し } r_0 \text{ は地球の平均半径で } 6367 \text{ km を採用した。})$$

3. 震波の地表面射出角を e_0 とすれば

$$\cos e_0 = \frac{r v_0 \sin i}{r_0 v}, \text{ 然るに } \sin i = \frac{r_0 - H}{r} \sin \beta$$

$$\text{故に } \cos e_0 = \frac{v_0(r_0 - H)}{r_0 v} \sin \beta$$

即ち $\cos e_0$ は β 及 v の函數として表はされ、 v は又 h 従つて β の函數なる故、結局 β を與へれば $\cos e_0$ は定まることとなる。

以上2及3により β の或る値に對しPの深さとPより出る震波の地表面射出角とが求まる故に之等に對應する震央距離及走時の値を既に與へられてある震波の走時表によつて求めることが出来る。この手續に當り筆者の用ひた

走時表は前節に引用した和達、鷺坂、益田三氏のものと鷺坂、竹花兩氏のものとである。

4. 震央距離に加ふべき補正值即ち地表面上 P の直上の點と震源球の中心 O の直上の點との距離は $\angle OCP$ を θ とすれば $r_0 \theta$ である。而して θ は、

$$\sin \theta = \frac{a \sin \beta}{r}$$

の関係より β の函數として定まる故に、 β を與へればこの補正值を計算し得る。實際には θ は小なる角故、 $r_0 \theta$ の代りに $r_0 \sin \theta$ を用ひても誤差は無視し得る程度である。

3. により求められた震央距離即ち點 P の直上からの震央距離を Δ' と表はし、之に 4. の補正を施したものを Δ とすれば

$$\Delta = \Delta' + r_0 \theta$$

で、 Δ と走時 T との関係を表はす曲線を作れば之即ち求むる「有限の大きさの球震源より出る震波の走時曲線」である。

4.2 得られた走時曲線 筆者は震源球の中心の深さ H 及び震源球の半径 a に對し試みに次に示す如き値を與へ β の 5° 乃至 10° 置きの値に對し、上に述べた方法によつて走時曲線の計算を行つた。 H 及び a に對して與へた値は

P 波に就き

S 波に就き

$$H = 40 \text{ km}, a = 40 \text{ km}$$

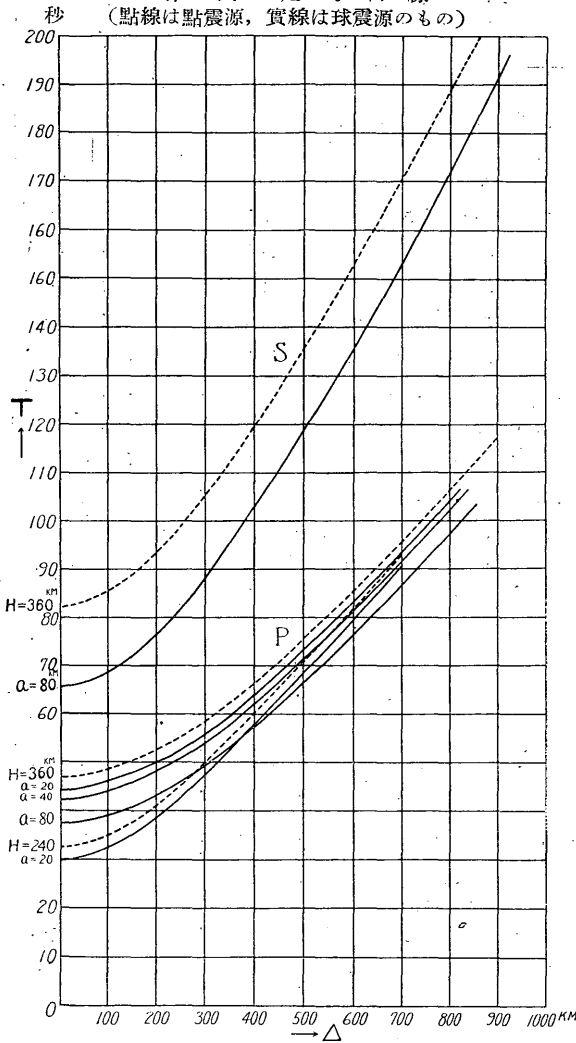
$$H = 360 \text{ km}, a = 80 \text{ km}$$

$$H = 240 \text{ km}, a = 20 \text{ km}$$

$$H = 360 \text{ km}, a = 20 \text{ km}, a = 40 \text{ km}, a = 80 \text{ km}$$

である。但し之等の中 $H = 40 \text{ km}, a = 40 \text{ km}$ の場合には Δ' 及 T の計算が不可能なることを見出した。其の理由は和達博士等に依つて與へられた走時曲線が地表面近くでは H の變化に對しかゝる計算を行ふべく餘りに粗らに與へられてゐることに在り、其間の内挿が事實上殆ど不可能であることに依る。即ち H の小なる値に對しては $\Delta - \alpha (= \cos e_0)$ 曲線は H と共に著しく其の形を異にし、大なる誤差なくして内挿を行ふことが殆ど不可能なのである。依つて實際筆者が計算を行つたのは此の最初の場合を除く他の五つの場合に就てであつた。 H が大となるに従ひ表に與へられた場合に對する内挿がより正確に行は

第4圖 走時曲線
(點線は點震源、實線は球震源のもの)



れ、茲に取扱つた $H=240$ km 及 $H=360$ km 等の如き場合に在つては内挿の結果は可成り正確にして、得られた曲線の誤差は十分小なるものと思はれる。

上の如くして得られた結果を第2表に示し、又得られた走時曲線を第4圖に圖示する。此表には β の 90° より小なる値に対する數値のみ掲げてあり、而も大部分は $\beta=80^\circ$ 迄で止まつてゐるが、之は實際の手續上、 β の之以上の値に対しては Δ' の値が求め得ないからである。其の理由は β が 90° に近付くに從ひ α の

値の變化が極めて徐々となり之に對應する Δ' の値の選擇域が極めて廣くなるが故であつて、走時曲線又は走時表の何れを見ても容易に領ける所である。即ちここに掲げた Δ の範圍はかゝる曖昧な部分を避け、比較的 Δ' が正確に求められる範圍に止めたのである。尙ほ第4圖には參考の爲め從來の走時曲線をも掲げて置いた。點線で描かれたものがそれである。

第2表 球震源の場合の走時表

H α β	240 km		360 km							
	20 km		20 km		40 km		80 km			
	Δ	T _P	Δ	T _P	Δ	T _P	Δ	T _P	Δ	T _S
0°	0	29.8	0	44.2	0	41.9	0	37.1	0	65.1
10	35	30.2	52	44.8	52	42.6	55	37.8	58	66.3
20	76	31.5	113	46.6	114	44.2	118	39.7	120	69.5
30	127	33.8	186	49.5	187	47.1	192	42.9	192	75.2
40	186	37.5	269	54.0	271	51.9	276	47.9	277	84.5
45	—	—	313	56.9	316	54.9	324	51.2	327	91.3
50	255	43.0	358	60.4	364	58.6	375	55.2	382	99.4
55	—	—	414	65.3	420	63.6	432	60.0	446	109.2
60	338	51.2	474	71.0	481	69.3	493	65.8	513	120.3
65	—	—	545	77.9	548	75.9	564	73.0	576	131.4
70	480	66.2	630	86.6	630	84.2	649	81.6	674	147.2
75	—	—	710	95.0	721	93.8	742	91.4	772	166.9
80	678	88.3	821	106.7	842	106.7	853	103.4	848	181.3
85	—	—	—	—	—	—	—	—	904	192.1
90	—	—	—	—	—	—	—	—	925	196.2

5. 結論 以上、球震源より出る震波の走時曲線の有すべき諸性質を定性的並びに定量的に考察し、其の實際の形を求めて之を點震源のものと比較對照するを得た。其の結果によれば、球震源の場合の走時曲線は P 波 S 波共に其の形狀に於ては點震源の場合と殆ど異なる所なく、唯だ夫を震源半径に應じて一定量づゝ時間軸に沿ふて下方に移動せしめた如きものである。このことは P、S 兩曲線に就て共に成立つ故、P~S 曲線に就ても亦同様に成立つ筈である。

本文は今迄觀測上の事項には一切觸れず、觀測材料との比較に就ても全然言及する所がなかつたが、最後に此點に關し若干論及する。本文に説く所が觀測に關する最も重要な問題は「球震源は走時曲線の觀測より推測し得るや否や」の問題である。震源の極めて浅い場合は未だ球震源の走時曲線が得られてゐないので姑く論外とし、可成りの深さを有する場合には、震源域が常識外に大とならざる限り上述の如く走時曲線乃至初期微動曲線は其の形狀に於て球震源の

ものも點震源のものと大差なきを以て、この差異は觀測誤差の範圍内に屬し、單に形狀上よりの判別は恐らく不可能であらう。故に震源域を有するや否やの判定は専ら其の時間軸上の位置による外はない。而も單に P 波又は S 波の走時曲線に於ては其の時間軸上の位置は一に未知なる「震源に於ける發震時」に依つて決せられるものなる故、之に據つて震源域を知ることは不可能である。結局震源域を指示する唯一の手懸りとなるものは震源の發震時を含まずして震源の深さと其の形狀とによつて決定せられる所の P~S 曲線である。即ち上に得たる結果に従へば、球震源の場合には震源域の平均の深さは其の形狀により、又震源域の半径は「其の形狀に對應する點震源の場合の P~S 走時と實際の P~S 走時との差」により從來の走時曲線の知識を以て容易に判定することが出来るのである。尙ほ震源域の平均の深さを定める目的には P 波の走時曲線も亦 P~S 走時曲線と同様に有効である故に、此値の決定はそれ丈け豊富なる材料を以て行ひ得る譯である。

以上觀測材料より球震源を決定する方法に關し述べた。之を實際に應用し、實例に徴して具體的の議論をなすことは別の機會に譲る。最後に、以上の議論には一つの根本的の問題が残されてゐることに注意せねばならない。それは本文に引用し本論の重要なる根柢となつた P 波或ひは S 波の深さに對する速度分布なるものが、果して本論にとり妥當なりや否やの問題である。即ち例へば P 波の速度は本多博士が北伊豆地震を用ひ計算されたものであるが、其の北伊豆地震なるものが若干の震源域を有してゐたと見做されるからである。併し乍ら此點に關しての憂ひは北伊豆地震が有したと思惟される震源域よりは遙に大なる震源域を考へ、それに就き吟味をなすことにより大部分解消されるであらう。本論に於て半径 80 km なる常識外に尨大なる震源域を想定したことは此の目的によるものであつた。

終りに臨み、本研究に當り親しく御指導を辱ふした岡田臺長、本多博士、鰐坂技師其他本臺地震掛の諸兄に深厚なる謝意を表する次第である。

(昭和 12 年 6 月 13 日 中央氣象臺にて)